

**APPENDICE B**  
**MODELLO HYDRO 2D**

## APPENDICE B MODELLO HYDRO 2D

### B.1 EQUAZIONI

Il modello è basato sulle equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto, mediate sulla verticale.

Le equazioni sono le seguenti:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{\partial(uh)}{\partial x} - \frac{\partial v h}{\partial y} \quad [1]$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - f v = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - g \frac{u|\bar{u}|}{C^2 h} + \frac{1}{\rho h} \tau_x \quad [2]$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + f u = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} - g \frac{v|\bar{u}|}{C^2 h} + \frac{1}{\rho h} \tau_y \quad [3]$$

dove:

h: profondità riferita al livello medio del mare;

$\eta$ : elevazione della superficie libera;

u,v: componenti della velocità orizzontale mediate sulla verticale.

$$v = \frac{1}{h} \int_{-h}^{\eta} v(z) dz \quad u = \frac{1}{h} \int_{-h}^{\eta} u(z) dz \quad [4]$$

f: parametro di Coriolis;

$C_0$ : coefficiente di scabrezza del fondo;

$\tau_x, \tau_y$ : componenti dello stress superficiale del vento, legate alla velocità del vento W dalle relazioni

$$\tau_y = \rho_{aria} C_D W_y |\bar{W}| \quad \tau_x = \rho_{aria} C_D W_x |\bar{W}| \quad [5]$$

dove  $C_D$  è il coefficiente d'attrito e  $\rho_{aria}$  la densità dell'aria.

$C_D$  viene calcolato in funzione dell'intensità del vento W per includere l'incremento dello stress in presenza di moto ondoso che aumenta la scabrosità effettiva della superficie, secondo Hsu:

$$C_D = [36.4 - 5 \ln(W)]^2$$

Il coefficiente di Chezy è calcolato secondo la seguente espressione:

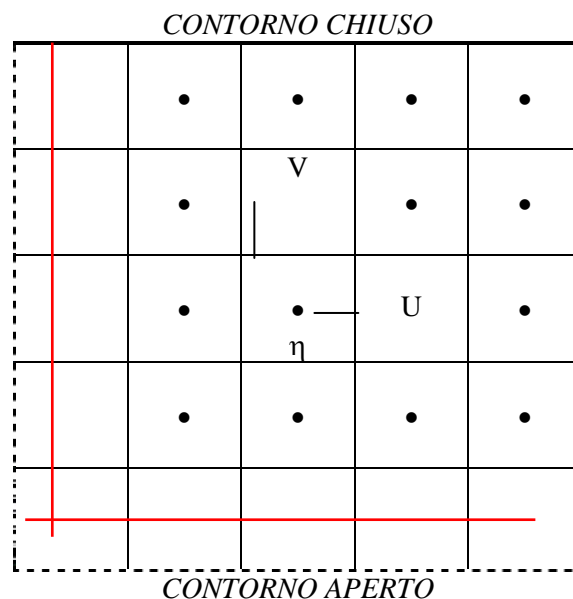
$$C = 18 \log(12 H/C_0) \quad [6]$$

dove  $C_0$  è la rugosità del fondo.

## B.2 IL METODO DI INTEGRAZIONE

Per l'integrazione delle equazioni di conservazione della massa e della quantità di moto è stato adottato uno schema numerico alle differenze finite di tipo esplicito.

Lo schema opera su di un reticolo regolare a maglie quadrate o rettangolari di tipo “traslato” nel quale, cioè, l'elevazione della superficie libera e le componenti della velocità sono definite in punti diversi della maglia, secondo lo schema indicato nella seguente figura.



Anche nel tempo la rappresentazione è di tipo “traslato”, in quanto l'elevazione della superficie libera è definita al tempo  $n-1/2$ ,  $n+1/2$ ,  $n+3/2$ , ..., mentre le componenti della velocità sono definite al tempo  $n$ ,  $n+1$ ,  $n+2$ , ...

L'integrazione del sistema di equazioni viene effettuata in due passi: dapprima viene integrata l'equazione di conservazione della massa e viene calcolata l'elevazione della superficie libera al tempo  $n+1/2$  a partire dai valori di  $\eta$  al tempo  $n-1/2$  e di  $u$  e  $v$  al tempo  $n$ , successivamente vengono integrate le equazioni di conservazione della quantità di moto calcolando i valori di  $u$  e  $v$  al tempo  $n$  a partire dai valori al tempo  $n-1$  e dai nuovi valori  $\eta$  al tempo  $n+1/2$ .

Questa procedura è necessaria per garantire la stabilità della soluzione numerica.

Nelle equazioni della conservazione della quantità di moto i termini non lineari di tipo avvevivo vengono schematizzati mediante uno schema “upwind”, mentre i termini di attrito sono calcolati mediante uno schema di tipo semi-implicito, allo scopo di migliorare la stabilità della soluzione.

A causa della natura esplicita dello schema numerico adottato, il passo temporale  $D_t$  e le dimensioni spaziali  $D_x$  e  $D_y$  devono comunque soddisfare il criterio di stabilità di Courant-Levy:

$$D_t \leq \frac{\max(D_x, D_y)}{\sqrt{2}(|\vec{v}|) + \sqrt{gh}} \quad [7]$$

Per l'integrazione del sistema di equazioni debbono essere assegnate opportune condizioni iniziali e al contorno.

Nelle acque basse l'effetto accentuato dell'attrito determina il rapido attenuarsi delle perturbazioni del moto, per cui l'influenza delle condizioni iniziali tende a divenire trascurabile e dopo breve tempo si stabilisce una condizione di regime dipendente dall'equilibrio tra le condizioni al contorno ed i termini forzanti.

Ciò semplifica notevolmente il problema della determinazione delle condizioni iniziali per le quali in generale viene assunto uno stato di quiete:

$$\eta, u, v = 0 \quad \text{per } t=0 \quad [8]$$

Per quanto riguarda le condizioni al contorno vengono effettuate le seguenti assunzioni:

- ai contorni chiusi (terra) viene imposto l'annullamento delle componenti normali della velocità ( $u_n$ ) e della derivata normale al contorno della componente longitudinale della velocità ( $u_l$ ):

$$u_n = 0 \quad \frac{\partial u_l}{\partial n} = 0 \quad \text{per } t \geq 0 \quad [9]$$

- ai contorni aperti si impone la continuità del flusso e si assegna il valore dell'elevazione  $\eta$  ad ogni passo temporale.

Il modello è pertanto forzato sia dallo stress superficiale del vento che dalla assegnazione del valore del livello ai contorni aperti (ad esempio per moti di marea).

### B.3 PARAMETRI DI INPUT

Per l'applicazione del modello sono necessari i seguenti dati di input:

- geometria del bacino;
- profondità in ogni maglia del reticolo;
- rugosità del fondo in ogni maglia;
- condizioni iniziali di  $u$ ,  $v$  e  $\eta$  in ogni maglia;
- condizioni ai contorni aperti ad ogni passo di integrazione  $\delta t$ ;
- oscillazione di marea;
- vento superficiale (direzione ed intensità) ad ogni passo di integrazione  $\delta t$  e per ogni maglia.

### B.4 CARATTERISTICHE DELL'OUTPUT

Come risultato dell'integrazione numerica, il modello fornisce, ad intervalli prefissati, il valore di  $U$ ,  $V$  e  $\eta$  in ciascuna maglia del bacino.

E' inoltre possibile ottenere una rappresentazione grafica dell'andamento del campo di corrente e dell'elevazione della superficie libera.

## B.5 CALIBRAZIONE DEL MODELLO

Il modello precedentemente descritto è correntemente utilizzato dalla ns. società per studi di settore in varie aree mondiali. Ove risultavano disponibili misure di corrente e/o di livello del mare il modello è stato calibrato con ottimi risultati (Puletti *et al*, 2001).

Per verificare l'adeguatezza del modello alle caratteristiche idrodinamiche dell'Adriatico, sono stati effettuati tre tipi principali di calibrazione:

1. il primo tipo è finalizzato ad evidenziare i modi di oscillazione.

Invece di lasciar oscillare il modello del bacino privo dei termini forzanti, l'estremo aperto del bacino è stato forzato con una serie di periodi simulanti varie onde che inducono oscillazioni all'interno del bacino stesso.

Tale sistema è ritenuto migliore rispetto al ricavare semplicemente le onde libere, perchè in quest'ultima maniera la risposta può solo ridursi a qualche oscillazione (la fondamentale e qualche armonica) ed i periodi risultanti possono venir notevolmente alterati dalla geometria del bacino.

Il sistema adottato è quindi simile alla spettroscopia ottica delle sostanze: si determina lo spettro di assorbimento/emissione avendo energizzato con "luce bianca": questo è, in pratica, il significato dell'introduzione di una serie di onde all'estremo aperto.

Naturalmente le onde sono tutte della stessa ampiezza (3 cm) e non si dà importanza alla fase, che è posta uguale e zero.

La risposta del bacino è allora fisicamente quella che si verificherebbe quando onde del periodo assegnato penetrano nel Canale di Otranto;

2. una volta verificato che il modello si comporti effettivamente come l'Adriatico, filtrando o esaltando onde di particolari frequenze, la seconda tipologia di calibrazione consiste nel fornire in input, una per volta, le varie componenti di marea e verificare, tramite confronto con i dati costieri ed i dati rilevati sulle piattaforme (serie armonica), che ampiezza e fase dell'oscillazione ottenuta dal modello sia in accordo con il dato sperimentale.

Dopo essersi assicurati dell'attendibilità dei risultati, viene fornita, in input al modello, la marea totale, somma delle varie componenti e di nuovo verificata l'adeguatezza dei risultati con i dati sperimentali;

3. dopo essersi accertati che il livello venga simulato con ragionevole accuratezza in tutto il bacino, è stato infine verificato, attraverso il confronto con i dati correntometrici che le velocità calcolate dal modello sono adeguate. Dopo alcuni ritocchi dei coefficienti di attrito, i risultati sono apparsi ottimali.

## B.6 RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] RAMMING H. G., 1972: "Reproduction of physical processes in coastal areas", Proc. of 13th Conference on Coastal Engineering, Vancouver, Vol. 3;
- [2] HSU S.A., 1986: "A mechanism for the increase of wind stress (drag) coefficient with wind speed over water surfaces: a parametric model", J. of Phys. Oceanography, 16, 144-150;
- [3] HANSEN W., 1962: " Hydrodynamical methods applied to oceanographic problems", Proc. of the Symposium on Mathematical Hydrodynamical Methods of Physical Oceanography, Institut fur Meerskunde der Universitat, Hamburg;
- [4] REID R.O. e BODINE B.R., 1968: "A Numerical model for storm surges in Galverston Bay", Journal of the Waterways Harbours and Coastal Division, ASCE, Vol. 102, n. WW1;
- [5] ALLENDER, J.H., DITMARS, J.D., HARRISON, W. and PADDOCK, R.A. 1978: " Comparison of model and observed nearshore circulation", Proc. of 16th International Conference on Coastal Engineering, Hamburg;
- [6] LIU, P. and LENNON, G.P., 1978: " Finite Element Modelling of Nearshore Currents", Journal of the Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE, Vol. 104, WW2.
- [7] BIRKEMEIER, W.A. and DALRYMPLE; R.A., 1976: " Nearshore Water Circulation Induced by Wind and Waves", Proc. of the Symposium on Modelling Technique, ASCE;
- [8] PULETTI M., DE FILIPPI G., MENEGUZZO M., 2001 – An integrated modelling system to study and forecast the marine pollution in the Adriatic Sea – OMC 2001, Ravenna, Italy