

Appendice 1. Codice Hec-Ras (moto permanente 1D)

1 Introduzione

Il codice di calcolo adottato è il ben noto HEC-RAS¹, versione 4.0 - marzo 2008, messo a punto dal Corpo degli Ingegneri Americano.

Il codice HEC-RAS è un modello progettato per il calcolo idraulico in simulazione monodimensionale di una rete di canali naturali e/o artificiali. Le principali potenzialità di HEC-RAS riguardano:

- il calcolo di profili di corrente gradualmente variata in condizioni stazionarie (*steady flow water surface profiles*), per corrente lenta, veloce o mista (lenta e veloce);
- la simulazione di flussi di piena in condizioni non stazionarie per regimi in corrente lenta;
- la quantificazione dei processi di erosione e trasporto di sedimenti in alveo, con previsione dei fenomeni di escavazione e deposizione entro intervalli temporali ridotti.

In quanto segue, per brevità, si riferisce solo sulle procedure di calcolo principali adottate nel codice HEC-RAS in condizioni di moto stazionario, rinviando per maggiori ragguagli sulle basi teoriche e sulla costruzione dei processi di simulazione, ai relativi manuali.

2 Il modello matematico

Il calcolo del profilo di corrente in condizioni di moto permanente fra due sezioni successive è effettuato da HEC-RAS mediante la soluzione dell'equazione dell'energia, attraverso un processo iterativo denominato *standard step method*. Indicate con 1 e 2 rispettivamente le sezioni di monte e di valle, l'equazione dell'energia è scritta nella seguente forma:

$$Y_2 + Z_2 + \frac{\alpha_2 \cdot V_2^2}{2g} = Y_1 + Z_1 + \frac{\alpha_1 \cdot V_1^2}{2g} + h_e \quad (\text{A1.1})$$

con:

Y_i tiranti idrici,

¹ HEC-RAS, *Hydrologic Engineering - Center River Analysis System*, US Army Corps of Engineers

Z_i quote fondo,

V_i velocità medie (portata totale / area di flusso totale);

α_i coefficienti di ragguglio delle altezze cinetiche;

g è accelerazione di gravità;

h_e perdita di carico totale nel tratto;

Le perdite di carico fra due sezioni successive, h_e , sono comprensive delle perdite continue dovute all'attrito e di quelle dovute all'espansione e contrazione della vena e sono così rappresentabili:

$$h_e = L \cdot \overline{S_f} + C \cdot \left| \frac{\alpha_2 \cdot V_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 \cdot V_1^2}{2g} \right| \quad (\text{A1.2})$$

con

L lunghezza del tratto mediata sulle portate;

$\overline{S_f}$ cadente della linea dei carichi totali;

C coefficiente di espansione/contrazione.

Il codice HEC-RAS suddivide l'area interessata al moto in tre zone principali perpetuando la convenzione introdotta con HEC-2: zona inondabile in sinistra (*left overbank, lob*), alveo ordinario (*channel, ch*), zona inondabile in destra (*right overbank, rob*). Per tener conto dell'andamento curvilineo dell'asse, la distanza di calcolo tra due sezioni viene ponderata rispetto alla frazione di portata che fluisce rispettivamente nella zona inondabile in sinistra (*lob*), nel canale ordinario (*ch*) e nella zona inondabile in destra (*rob*). La lunghezza mediata del tratto L è calcolata quindi nel seguente modo:

$$L = \frac{L_{lob} \cdot \overline{Q}_{lob} + L_{ch} \cdot \overline{Q}_{ch} + L_{rob} \cdot \overline{Q}_{rob}}{\overline{Q}_{lob} + \overline{Q}_{ch} + \overline{Q}_{rob}} \quad (\text{A1.3})$$

con:

L_i lunghezze del tratto relative rispettivamente alla zona inondabile in sinistra ($i = lob$), al canale principale ($i = ch$) e alla zona inondabile in destra ($i = rob$);

\overline{Q}_i portate medie attraverso la sezione rispettivamente nella zona inondabile in sinistra, nel canale principale e nella zona inondabile in destra.

La determinazione della *conveyance* della sezione e delle altezze cinetiche raggugliate richiede di norma una maggiore suddivisione del flusso in porzioni di sezione all'interno delle quali la velocità possa ritenersi uniformemente distribuita. Nelle zone inondabili, l'approccio usato da HEC-

RAS (o meglio l'approccio di *default*, ma il programma ne contempla anche altri di carattere opzionale) consiste nell'assumere come base della suddivisione linee verticali, in corrispondenza dei punti di discontinuità nel valore della scabrezza n . La valutazione della *conveyance* per ogni elemento viene quindi effettuata con la formula di Manning scritta per unità di misura del sistema internazionale:

$$Q = K \cdot S_f^{1/2}, K = \frac{1}{n} \cdot A \cdot R^{2/3} \quad (\text{A1.4})$$

con:

- K conveyance (m^3/s)
- n coefficiente di scabrezza di Manning ($m^{-1/3}s$)
- A area di flusso (m^2)
- R raggio idraulico (m)

tutti riferiti alla singola porzione di flusso. Le *conveyance* parziali di ogni zona inondabile vengono quindi sommate per ottenere infine i due valori di *conveyance* relativi rispettivamente alla zona inondabile in destra e in sinistra. Di norma, il canale principale è invece trattato come un unico elemento dotato di un solo valore di *conveyance*. Il valore finale unico di K per l'intera sezione è ottenuto come somma dei tre contributi parziali (*lob*, *ch*, *rob*).

Per ciò che concerne invece il coefficiente di ragguglio α , poiché HEC-RAS consente la simulazione di soli profili di corrente 1-D, ad ogni sezione resterà associata una sola superficie libera e di conseguenza una sola altezza cinetica. Pertanto, per un dato valore del tirante idrico nella sezione, l'altezza cinetica viene calcolata come un valor medio pesato alla portata fra quelli associati alle tre sottosezioni: zona inondabile sinistra, canale, zona inondabile destra. In pratica l'altezza cinetica è calcolata mediante la seguente relazione generale:

$$\alpha \cdot \frac{\bar{V}^2}{2g} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i \cdot \left(\frac{V_i^2}{2g} \right)}{Q_{tot}} \quad (\text{A1.5})$$

da cui α risulta:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i \cdot V_i^2}{Q \cdot \bar{V}^2} \quad (\text{A1.5'})$$

Il programma considera, riguardo alle perdite di carico concentrate, una contrazione ogni volta che l'altezza cinetica della sezione di monte risulta maggiore di quella della sezione più a valle, viceversa per l'espansione.

La modalità attraverso cui il programma calcola per ogni sezione il valore incognito dell'altezza della superficie libera, a partire da dati geometrici e di portata assegnati in input, è costituita da una soluzione iterativa delle equazioni dell'energia e delle perdite di carico. La procedura di calcolo consiste, più in dettaglio, nei seguenti passi:

- 1 scelta di un valore di primo tentativo per la quota della superficie libera (WS_1 , *water surface*) in corrispondenza della sezione di monte, per correnti lente, o di valle, per correnti veloci;
- 2 calcolo, a partire dal valore assunto al passo 1, dei corrispondenti valori di *conveyance* totale e di altezza cinetica;
- 3 stima di \bar{S}_f e soluzione dell'equazione delle perdite di carico per il calcolo delle perdite di carico totali h_e ;
- 4 soluzione, a partire dai valori ottenuti al passo 2 e 3, dell'equazione dell'energia per il calcolo della superficie libera WS_2 ;
- 5 confronto fra il valore di WS_2 calcolato ed il valore assunto al passo 1 e reiterazione dei passi 1-5 fino al raggiungimento della convergenza, definita per default da una differenza fra i due valori inferiore a $0,003\text{ m}$ (o qualsiasi altra tolleranza definibile dall'utente).

La scelta del valore dell'altezza della superficie libera di partenza viene effettuata con metodi che variano fra la prima e le successive iterazioni: per il primo tentativo si adotta un valore ottenuto dalla proiezione dell'altezza calcolata alla sezione precedente; alla seconda iterazione il valore di primo tentativo viene incrementato del 70% dell'errore ($WS_{calcolata} - WS_{assunta}$) relativo al primo step; infine il terzo tentativo e seguenti sono basati sul metodo "secante", che proietta il valore della differenza fra quota calcolata e quota assunta ai due tentativi precedenti, secondo la relazione:

$$WS_i = WS_{i-2} - Err_{i-2} \cdot \frac{Err_{ass}}{Err_{dif}} \quad (A1.6)$$

dove:

- WS_i è il valore di WS assunto al passo i -esimo
- WS_{i-1} è il valore di WS assunto nella $(i-1)$ -esima iterazione
- WS_{i-2} è il valore di WS assunto nella $(i-2)$ -esima iterazione

e gli errori sono:

$$Err_{i-2} = (WS_{calcolato, i-2} - WS_{i-2}), \text{ relativo alle due iterazioni precedenti,}$$

$$Err_{ass} = WS_{i-2} - WS_{i-1};$$

$$Err_{dif} = WS_{i-1} - WS_{calcolato, i-1} + Err_{i-2}$$

La variazione di WS fra un tentativo e il successivo è vincolata a un massimo di $\pm 50\%$ del valore assunto allo step precedente. Il numero massimo delle

iterazioni risulta comunque limitato (per default pari a 20) e nel corso di esse il programma tiene traccia del valore di WS che produce il minimo errore fra valore assunto e valore calcolato, indicato come “superficie libera di minimo errore”. Qualora il massimo delle iterazioni venga eguagliato prima del raggiunto bilanciamento, il programma calcola l’altezza critica e verifica se l’errore associato alla superficie libera di minimo errore è inferiore ad una prefissata tolleranza. Se questo accade e se tale superficie è ben posta rispetto all’altezza critica calcolata (ovvero è maggiore dell’altezza critica per corrente lenta e minore per corrente veloce), allora il programma assume proprio tale valore come risposta finale del processo iterativo, altrimenti adotta l’altezza critica, producendo in entrambi i casi una nota informativa. L’incapacità di bilanciare l’equazione dell’energia entro il dato numero di iterazioni è generalmente da imputarsi ad un inadeguato numero di sezioni. L’altezza critica viene assunta anche ogniqualevolta la superficie libera calcolata risulta “mal posta” rispetto ad essa, ovvero quando risulta al di sotto dell’altezza critica per correnti lente e al di sopra per correnti veloci. HEC-RAS calcola l’altezza critica mediante un processo iterativo in cui viene assunto un valore di WS cui corrisponde il valore minimo del carico totale H .

I metodi impiegati per sviluppare tale processo sono due: il metodo “parabolico” ed il metodo “secante”. Il primo risulta più veloce a livello computazionale, ma in grado di localizzare un solo punto di minimo. Dal momento che per la maggior parte delle sezioni esiste un solo minimo del carico totale, il metodo parabolico rappresenta il metodo di default di HEC-RAS, riservandosi il programma la facoltà di passare al metodo secante qualora il primo non converga.

Il passaggio attraverso l’altezza critica rende tuttavia inapplicabile l’equazione dell’energia, la quale si basa sull’ipotesi di condizioni di flusso gradualmente variato.

Tutti i fenomeni che producono una transizione corrente lenta - corrente veloce e viceversa, quali variazioni di pendenza, costrizioni associate alla presenza di un ponte, confluenze, ecc., sono quindi affrontati da HEC-RAS col ricorso all’equazione dei momenti.

La forma generale dell’equazione dei momenti applicata alla porzione di flusso compresa fra due sezioni 1 e 2 è la seguente:

$$P_2 - P_1 + W_x - F_f = Q \cdot \rho \cdot \Delta V_x \quad (A1.7)$$

dove:

$P_{1,2}$ = spinta idrostatica in corrispondenza delle sezioni 1 e 2

W_x = componente della forza peso nella direzione di moto

F_f = forza resistente dovuta all’attrito

- Q = portata
 ρ = densità dell'acqua
 ΔV_x = variazione di velocità fra le sezioni 1 e 2 nella direzione di moto

Esplicitando i vari termini si ottiene la forma funzionale dell'equazione dei momenti utilizzata dal programma:

$$\frac{\beta_2 \cdot Q_2^2}{g \cdot A_2} + A_2 \cdot \bar{Y}_2 + \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) \cdot L \cdot S_0 - \left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right) \cdot L \cdot \bar{S}_f = \frac{\beta_1 \cdot Q_1^2}{g \cdot A_1} + A_1 \cdot \bar{Y}_1 \quad (\text{A1.8})$$

con

- $A_{1,2}$ = area bagnata relativa alle sezioni 1 e 2;
 L = distanza fra le sezioni 1 e 2 misurata lungo la direzione x ;
 $\square_{1,2}$ = coefficiente di ragguglio che tiene conto delle variazioni nella distribuzione della velocità in canali irregolari (permette di modellare il problema in termini dei valori medi di V);
 S_0 = pendenza del canale;
 \bar{S}_f = cadente della linea dei carichi totali;

L'equazione precedente si specifica poi ulteriormente per l'analisi di particolari condizioni idrauliche quali confluenze, ponti, ecc.

Un'ultima considerazione deve essere rivolta alle procedure disponibili in HEC-RAS per la modellazione idraulica dei ponti. HEC-RAS dispone di un'ampia serie di routine per l'analisi del flusso attraverso ponti. Senza entrare nel dettaglio e rimandando per maggiori raggugli ai manuali tecnici, si richiamano brevemente i principali metodi a disposizione. HEC-RAS è in grado di modellare situazioni di flusso così definite:

- *low flow*: si verifica quando il flusso che attraversa il ponte avviene come in un canale aperto, con la superficie libera al di sotto del punto più alto dell'intradosso del ponte. I metodi di calcolo utilizzabili sono: equazione dell'energia, equazione dei momenti, metodo di Yarnell e metodo WSPRO.
- *weir flow*: si innesca quando la superficie libera raggiunge la quota di estradosso del ponte. Vengono applicate nel calcolo le classiche equazioni delle luci a stramazzo;
- *pressure flow*: si verifica quando la superficie libera supera la quota di intradosso del ponte. HEC-RAS assume nel calcolo l'equazione più appropriata tra quelle disponibili per descrivere il flusso attraverso la luce del ponte.
- *high flow*: si verifica quando il ponte risulta fortemente sommerso; il programma in questo caso applica automaticamente l'equazione dell'energia.

3 Calcolo della cadente media

Le perdite di carico continue vengono valutate come prodotto tra il valore medio della pendenza della linea dei carichi totali tra due sezioni contigue, \bar{S}_f , e l'interasse, L , tra le due sezioni. In corrispondenza di una sezione, la cadente \bar{S}_f , detta anche pendenza d'attrito, viene valutata con l'equazione di Manning, tarata in condizioni di moto uniforme:

$$S_f = \left(\frac{Q}{K} \right)^2 \quad (\text{A1.9})$$

Il programma HEC-RAS implementa quattro modalità distinte per valutare la pendenza d'attrito media \bar{S}_f :

- media della *conveyance* valutate nelle sezioni 1, 2, con $S_f = \bar{S}_f$

$$\bar{S}_f = \left(\frac{Q_1 + Q_2}{K_1 + K_2} \right)^2 \quad (\text{A1.10})$$

- media aritmetica della pendenza d'attrito S_f valutata in 1,2:

$$\bar{S}_f = \frac{S_{f,1} + S_{f,2}}{2} \quad (\text{A1.11})$$

- media geometrica della pendenza d'attrito S_f valutata in 1,2:

$$\bar{S}_f = \sqrt{S_{f,1} \cdot S_{f,2}} \quad (\text{A1.12})$$

- media armonica della pendenza d'attrito S_f valutata in 1,2:

$$\bar{S}_f = \frac{2S_{f,1} \cdot S_{f,2}}{S_{f,1} + S_{f,2}} \quad (\text{A1.13})$$

Il programma utilizza per default la prima delle quattro opzioni proposte, a meno di indicazioni diverse specificate nel file input. Il programma offre una quinta opzione che consente la selezione automatica della formula più idonea tra quelle illustrate in funzione del regime della corrente come indicato nella tabella B.1.

Tabella A1.1. Criteri di scelta dell'equazione per la pendenza d'attrito media.

Tipo di profilo	S_f corrente > S_f precedente?	Equazione impiegata
Corrente lenta	Si	Media aritmetica
Corrente lenta	No	Media armonica
Corrente veloce	Si	Media aritmetica
Corrente veloce	No	Media geometrica

Appendice 2. Codice Hec-Ras (moto vario 1D)

1 Introduzione

Il codice di calcolo *HEC-RAS*², versione 4.1.0 – gennaio 2010, è stato sviluppato dal Corpo degli Ingegneri dell'Esercito Americano. Il codice *HEC-RAS* è un modello progettato per il calcolo idraulico in simulazione monodimensionale di una rete di canali naturali e/o artificiali. Le principali potenzialità di *HEC-RAS* riguardano:

- il calcolo di profili di corrente gradualmente variata in condizioni stazionarie (steady flow water surface profiles), per corrente lenta, veloce o mista (lenta e veloce);
- la simulazione di flussi di piena in condizioni non stazionarie per regimi in corrente lenta;
- la quantificazione dei processi di erosione e trasporto di sedimenti in alveo, con previsione dei fenomeni di escavazione e deposizione entro intervalli temporali ridotti.

In quanto segue si riferisce sulle procedure di calcolo principali adottate nel codice *HEC-RAS* in condizioni di moto vario, rinviando per maggiori ragguagli sulle basi teoriche e sulla costruzione dei processi di simulazione, ai relativi manuali.

2 Modello matematico

Tale modello è stato costruito a partire dalle equazioni differenziali del moto e della continuità della massa. Per la derivazione delle equazioni del moto vario si adottano le seguenti ipotesi:

- la distribuzione della pressione è di tipo idrostatico (ipotesi valida se le linee di flusso non presentano curvatura accentuata);
- la pendenza di fondo alveo è piccola, cosicché la sezione trasversale normale alla corrente si confonde con la sezione verticale;
- l'alveo è prismatico, le variazioni nella sezione trasversale e nella pendenza di fondo possono essere prese in considerazione approssimando il corso d'acqua con una serie di tratti prismatici;

² *HEC-RAS, Hydrologic Engineering - Center River Analysis System*, US Army Corps of Engineers

- le perdite di carico in moto vario possono essere espresse tramite una delle classiche formule adottate per il moto uniforme (si utilizza l'equazione di Manning); con questa ipotesi si assume che in regime di moto vario ad una data velocità V della corrente si abbiano le stesse perdite di carico che si avrebbero in moto uniforme con la stessa velocità;
- la velocità e le accelerazioni lungo la verticale sono trascurabili rispetto alle analoghe grandezze in direzione del moto;
- le variazioni della densità del fluido sono trascurabili.

Adottando le ipotesi sopra elencate e considerando uno schema di moto monodimensionale, si ottengono le classiche equazioni di De Saint-Venant nella seguente forma:

$$\frac{\partial A_T}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} - q_l = 0 \quad (\text{A2.1})$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial QV}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial z}{\partial x} + S_f \right) = 0 \quad (\text{A2.2})$$

dove q_l è il flusso laterale per unità di lunghezza, A_T è l'area bagnata, S_f è la pendenza piezometrica e $\partial z / \partial x$ è la pendenza del fondo. S_f viene espresso tramite la formula di Manning:

$$S_f = \frac{Q|Q|n^2}{2.208R^{4/3}A^2} \quad (\text{A2.3})$$

dove n è il coefficiente di scabrezza di Manning e R è il raggio idraulico.

Lo schema monodimensionale è applicabile nel caso di corsi d'acqua con un alveo a sezione semplice, privo cioè di zone inondabili laterali. Tale schema viene applicato anche al caso di alvei a sezione composta, considerando le zone inondabili al di fuori del canale come un'unica area di accumulo o d'espansione. Essa scambia acqua con il canale ed il flusso in tali aree è considerato come se si muovesse in un canale separato. Per i due flussi separati vengono scritte le equazioni di continuità e di conservazione della quantità di moto e, per semplificare il problema, si ipotizza che la superficie dell'acqua sia definita da un'unica superficie orizzontale in ogni sezione normale alla direzione del flusso, in maniera tale che lo scambio di quantità di moto tra il canale e le aree laterali sia trascurabile e la portata sia distribuita secondo l'intera sezione.

La suddivisione della portata defluente tra l'alveo centrale (*channel*) e l'area costituita dalle zone inondabili (*floodplain*) viene effettuata attribuendo al primo una frazione della portata complessiva del canale Q_c determinata come segue: