

LOGO:



TITOLO PROGETTO:

## SISTEMA IDRICO DEL MENTA

DESCRIZIONE PROGETTO:

**LAVORI DI COMPLETAMENTO DELLO SCHEMA IDRICO SULLA DIGA DEL TORRENTE MENTA: OPERE DI BY-PASS DEL TRATTO TERMINALE DELLA CONDOTTA FORZATA PER L'AVVIO DELL'ADDUZIONE IDROPOTABILE**

|           |             |                  |                    |                    |      |            |
|-----------|-------------|------------------|--------------------|--------------------|------|------------|
|           |             |                  |                    |                    |      |            |
| EMISSIONE | -           | GEOM. R. ROTUNDO | ING. D. COSTANTINO | ING. D. COSTANTINO | 0    | 16/02/2017 |
| MOTIVO    | FASE P.D.P. | ELABORATO        | VERIFICATO         | APPROVATO          | REV. | DATA       |

FASE:

### PROGETTO DEFINITIVO - ESECUTIVO

APPROVAZIONI:

**GRUPPO DI PROGETTAZIONE:**

*Dott. Ing. Domenico COSTANTINO*

*SIA - Studio Ingegneri Associati:*

*Dott. Ing. Luigi DE BONI*

*Dott. Ing. Giancarlo MADONI*

*Dott. Ing. Poul Erik NIELSEN*

**RESPONSABILE UNICO DEL PROCEDIMENTO:**

*Dott. Ing. Giuseppe SORRENTINO*

**RESPONSABILE SERVIZI INGEGNERIA:**

*Dott. Ing. Antonio VOCI*

**UNITA' DI PROGETTAZIONE SORICAL:**

*Dott. Ing. Luca VITALE*

*Dott. Ing. Giuseppe VIGGLIANI*

IMPRESA:

CONSORZIO CONPAT S.C.A.R.L.



L'IMPRESA DESIGNATA



TIPO DOCUMENTO:

### RELAZIONE DI STABILITA'

ELEMENTO/ITEM:

### BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA

| SCALA             | LINGUA | FORMATO        | TAVOLA     | P.D.P.      |          |           |
|-------------------|--------|----------------|------------|-------------|----------|-----------|
| -                 | IT     | A4             | -          |             |          |           |
| PROGETTO/COMMESSA |        | ORIGINE/UNUTA' | SISTEMA    | PROGRESSIVO |          |           |
| <b>A.02.4.C</b>   |        | <b>SOP</b>     | <b>CST</b> | <b>B14</b>  | <b>-</b> | <b>04</b> |

FONTI CARTOGRAFICHE:

REGIONE CALABRIA - CENTRO CARTOGRAFICO / I.G.M. - ISTITUTO GEOGRAFICO MILITARE

IL PRESENTE DISEGNO E' DI PROPRIETA' DI SO.RI.CAL. S.P.A. - A TERMINE DI LEGGE OGNI DIRITTO E' RISERVATO

**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONI DI STABILITA'**

**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 27**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius, Bishop, Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;

---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

#### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

#### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$



dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W_s \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

S: fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 2,33 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 12,58 m |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 8,67 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 18,93 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | 0,53   |
| 2 | 5,0    | 6,3    |
| 3 | 5,5    | 6,8    |
| 4 | 7,2    | 6,81   |
| 5 | 7,2    | 6,81   |
| 6 | 17,2   | 12,58  |
| 7 | 17,22  | 12,58  |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | -1,85  |
| 2 | 7,2    | 5,19   |
| 3 | 17,22  | 10,97  |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia |                    |
|--------|---------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|--------------------|
| 1      | 0                         | 30        | 20,90033                  | 20,90033                   | 4,00                       |           | limo sabbioso      |
| 2      | 0                         | 41        | 22,30035                  | 22,30035                   | 0,00                       |           | Substrato roccioso |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(kN) | Fy<br>(kN) | M<br>(kN m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6,8    | 5,5    | 2,197034   | -11,81719  | 0           |

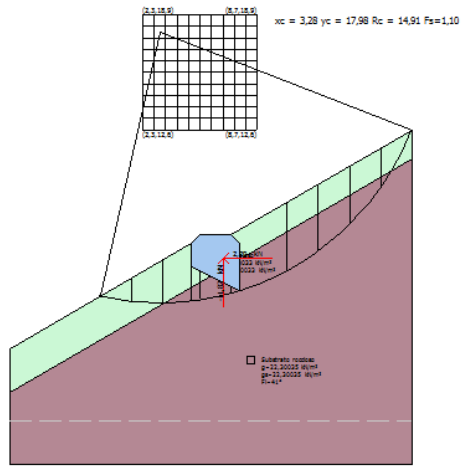
#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 1,1     |
| Ascissa centro superficie  | 3,28 m  |
| Ordinata centro superficie | 17,98 m |
| Raggio superficie          | 14,91 m |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei concii. Superficie...xc = 3,279 yc = 17,98 Rc = 14,913 Fs=1,10

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(kN) | Kh•Wi<br>(kN) | Kv•Wi<br>(kN) | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(kN) | N'i<br>(kN) | Ti<br>(kN) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|---------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 1,72   | -9,3        | 1,74    | 23,69      | 3,15          | 1,57          | 0,0                       | 24,8      | 0,0        | 25,8        | 10,8       |
| 2   | 1,72   | -2,6        | 1,72    | 65,59      | 8,71          | 4,36          | 0,0                       | 24,8      | 0,0        | 66,9        | 28,1       |
| 3   | 1,55   | 3,7         | 1,55    | 89,92      | 11,94         | 5,97          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 86,6        | 54,8       |
| 4   | 0,5    | 7,6         | 0,5     | 35,64      | 4,73          | 2,37          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 33,2        | 21,0       |
| 5   | 1,7    | 11,9        | 1,74    | 112,77     | 14,98         | 7,49          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 101,7       | 64,3       |
| 6   | 3,11   | 21,7        | 3,35    | 241,34     | 32,05         | 16,02         | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 207,5       | 131,3      |
| 7   | 1,72   | 32,0        | 2,02    | 139,92     | 18,58         | 9,29          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 118,3       | 74,8       |
| 8   | 1,72   | 40,3        | 2,25    | 130,25     | 17,3          | 8,65          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 111,1       | 70,3       |
| 9   | 1,72   | 49,7        | 2,65    | 103,25     | 13,71         | 6,86          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 91,4        | 57,8       |
| 10  | 1,72   | 61,7        | 3,62    | 47,64      | 6,33          | 3,16          | 0,0                       | 24,8      | 0,0        | 56,5        | 23,7       |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 30**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius, Bishop, Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;



---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$

dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W_s \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi \tan(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutre alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e  $PVR$  probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

$S$ : fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 2,28 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 12,58 m |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 8,72 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 19,02 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo



| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | 0,53   |
| 2 | 5,0    | 6,3    |
| 3 | 5,5    | 6,8    |
| 4 | 7,5    | 6,81   |
| 5 | 7,5    | 6,81   |
| 6 | 17,5   | 12,58  |
| 7 | 17,52  | 12,58  |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | -2,03  |
| 2 | 7,5    | 5,19   |
| 3 | 17,52  | 10,97  |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia          |
|--------|---------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------|
| 1      | 0                         | 30        | 20,90033                  | 20,90033                   | 4,00                       | limo sabbioso      |
| 2      | 0                         | 41        | 22,30035                  | 22,30035                   | 0,00                       | Substrato roccioso |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(kN) | Fy<br>(kN) | M<br>(kN m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 7      | 5,5    | 7,462119   | -13,0002   | 0           |

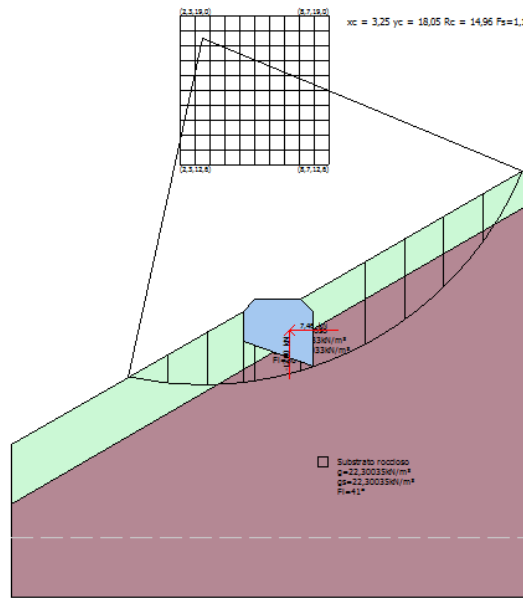
#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 1,1     |
| Ascissa centro superficie  | 3,25 m  |
| Ordinata centro superficie | 18,05 m |
| Raggio superficie          | 14,96 m |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei conci. Superficie...xc = 3,249 yc = 18,053 Rc = 14,957 Fs=1,1013

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(kN) | Kh•Wi<br>(kN) | Kv•Wi<br>(kN) | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(kN) | N'i<br>(kN) | Ti<br>(kN) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|---------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 1,7    | -9,0        | 1,72    | 23,19      | 3,08          | 1,54          | 0,0                       | 24,8      | 0,0        | 25,2        | 10,6       |
| 2   | 1,7    | -2,5        | 1,7     | 64,25      | 8,53          | 4,27          | 0,0                       | 24,8      | 0,0        | 65,5        | 27,5       |
| 3   | 1,55   | 3,8         | 1,55    | 88,5       | 11,75         | 5,88          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 85,2        | 53,8       |
| 4   | 0,5    | 7,7         | 0,5     | 35,16      | 4,67          | 2,33          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 32,7        | 20,6       |
| 5   | 2,0    | 12,6        | 2,05    | 130,35     | 17,31         | 8,66          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 117,1       | 73,9       |
| 6   | 2,76   | 22,2        | 2,98    | 202,3      | 26,86         | 13,43         | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 173,7       | 109,7      |
| 7   | 1,7    | 31,8        | 2,0     | 130,82     | 17,37         | 8,69          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 110,6       | 69,9       |
| 8   | 1,7    | 39,9        | 2,22    | 121,81     | 16,18         | 8,09          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 103,9       | 65,6       |
| 9   | 1,7    | 49,1        | 2,6     | 96,21      | 12,78         | 6,39          | 0,0                       | 34,8      | 0,0        | 85,0        | 53,7       |
| 10  | 1,7    | 60,8        | 3,49    | 44,01      | 5,84          | 2,92          | 0,0                       | 24,8      | 0,0        | 51,6        | 21,6       |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 31**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius, Bishop, Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;

---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

#### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

#### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### **Metodo di JANBU (1967)**

*Janbu* estese il metodo di *Bishop* a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

*Janbu* propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### **Metodo di BELL (1968)**

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da *Taylor*.

In accordo con la legge della resistenza di *Mohr-Coulomb* in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$



dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

S: fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 2,21 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 12,58 m |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 8,79 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 19,16 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | 0,53   |
| 2 | 5,0    | 6,3    |
| 3 | 5,5    | 6,8    |
| 4 | 8,0    | 6,81   |
| 5 | 8,0    | 6,81   |
| 6 | 18,0   | 12,58  |
| 7 | 18,02  | 12,58  |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | -2,32  |
| 2 | 8,0    | 5,19   |
| 3 | 18,02  | 10,97  |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia          |
|--------|----------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------|
| 1      | 0                          | 30        | 2131,207                  | 2131,207                   | 4,00                       | limo sabbioso      |
| 2      | 0                          | 41        | 2273,967                  | 2273,967                   | 0,00                       | Substrato roccioso |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(Kg) | Fy<br>(Kg) | M<br>(Kg m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 7,75   | 6      | 7208,782   | 4988,349   | 0           |

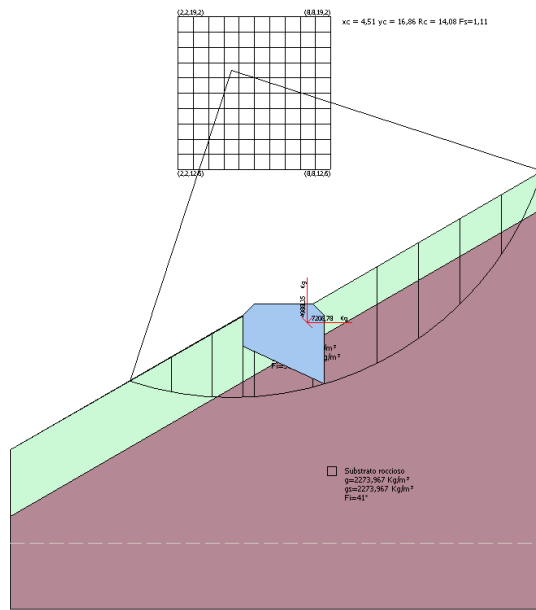
#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 1,11    |
| Ascissa centro superficie  | 4,51 m  |
| Ordinata centro superficie | 16,86 m |
| Raggio superficie          | 14,08 m |

B: Larghezza del conchio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del conchio; Li: Lunghezza della base del conchio; Wi: Peso del conchio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei conchi. Superficie...xc = 4,514 yc = 16,859 Rc = 14,077 Fs=1,1115

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(Kg) | Kh•Wi<br>(Kg) | Kv•Wi<br>(Kg) | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(Kg) | N'i<br>(Kg) | Ti<br>(Kg) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|----------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 1,78   | -14,4       | 1,84    | 2931,24    | 389,27        | 194,63        | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 3389,3      | 1408,4     |
| 2   | 1,78   | -7,0        | 1,79    | 8099,59    | 1075,63       | 537,81        | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 8603,0      | 3574,9     |
| 3   | 1,32   | -0,7        | 1,32    | 8877,62    | 1178,95       | 589,47        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 8947,4      | 5598,1     |
| 4   | 0,5    | 3,0         | 0,5     | 4052,0     | 538,11        | 269,05        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 3928,8      | 2458,1     |
| 5   | 2,5    | 9,2         | 2,53    | 26009,34   | 3454,04       | 1727,02       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 23927,7     | 14970,7    |
| 6   | 2,79   | 20,4        | 2,98    | 24372,18   | 3236,63       | 1618,31       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 21093,3     | 13197,3    |
| 7   | 1,78   | 30,7        | 2,07    | 16473,99   | 2187,75       | 1093,87       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 13969,5     | 8740,2     |
| 8   | 1,78   | 39,6        | 2,31    | 15601,26   | 2071,85       | 1035,92       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 13343,1     | 8348,2     |
| 9   | 1,78   | 50,0        | 2,77    | 12690,73   | 1685,33       | 842,66        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 11308,3     | 7075,2     |
| 10  | 1,78   | 63,9        | 4,04    | 6135,23    | 814,76        | 407,38        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 6121,0      | 3829,7     |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 32**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius*, *Bishop*, *Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;



---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace ( $= 0$  con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

---

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$

dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e  $PVR$  probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

$S$ : fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 2,21 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 12,28 m |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 8,79 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 18,86 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo



| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | 2,36   |
| 2 | 5,0    | 6,0    |
| 3 | 5,5    | 6,5    |
| 4 | 8,0    | 6,51   |
| 5 | 8,0    | 6,51   |
| 6 | 18,0   | 12,28  |
| 7 | 18,02  | 12,28  |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | -2,32  |
| 2 | 8,0    | 5,19   |
| 3 | 18,02  | 10,97  |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia |                    |
|--------|----------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|--------------------|
| 1      | 0                          | 30        | 2131,207                  | 2131,207                   | 4,00                       |           | limo sabbioso      |
| 2      | 0                          | 41        | 2273,967                  | 2273,967                   | 0,00                       |           | Substrato roccioso |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(Kg) | Fy<br>(Kg) | M<br>(Kg m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 5,75   | 5,25   | 8450,897   | 5847,358   | 0           |

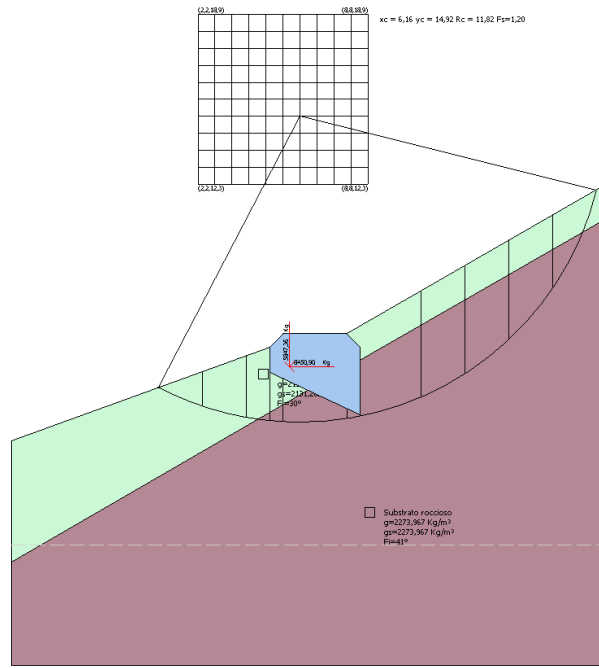
#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 1,2     |
| Ascissa centro superficie  | 6,16 m  |
| Ordinata centro superficie | 14,92 m |
| Raggio superficie          | 11,82 m |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei conci. Superficie...xc = 6,158 yc = 14,915 Rc = 11,819 Fs=1,1955

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(Kg) | Kh•Wi<br>(Kg) | Kv•Wi<br>(Kg) | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(Kg) | N'i<br>(Kg) | Ti<br>(Kg) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|----------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 1,69   | -23,1       | 1,84    | 2552,69    | 339,0         | 169,5         | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 3320,2      | 1282,7     |
| 2   | 1,69   | -14,4       | 1,75    | 6838,01    | 908,09        | 454,04        | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 7832,4      | 3026,0     |
| 3   | 0,92   | -7,9        | 0,93    | 5132,04    | 681,54        | 340,77        | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 5472,9      | 2114,4     |
| 4   | 0,5    | -4,4        | 0,5     | 3356,96    | 445,8         | 222,9         | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 3524,9      | 2050,4     |
| 5   | 2,5    | 2,9         | 2,5     | 24413,8    | 3242,15       | 1621,08       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 23747,6     | 13813,8    |
| 6   | 2,86   | 16,2        | 2,97    | 23832,8    | 3165,0        | 1582,5        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 21230,8     | 12349,8    |
| 7   | 1,69   | 28,1        | 1,92    | 15669,34   | 2080,89       | 1040,44       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 13553,7     | 7884,1     |
| 8   | 1,69   | 37,9        | 2,15    | 15238,26   | 2023,64       | 1011,82       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 13293,7     | 7732,8     |
| 9   | 1,69   | 49,5        | 2,61    | 12850,15   | 1706,5        | 853,25        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 11769,3     | 6846,1     |
| 10  | 1,69   | 65,9        | 4,15    | 6764,13    | 898,28        | 449,14        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 7204,7      | 4190,9     |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 33**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius, Bishop, Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;

---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$



dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

S: fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 3,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 1,76 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 12,28 m |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 8,26 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 18,78 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | 0,73   |
| 2 | 5,0    | 6,5    |
| 3 | 5,01   | 6,5    |
| 4 | 7,71   | 6,51   |
| 5 | 7,71   | 6,51   |
| 6 | 17,71  | 12,28  |
| 7 | 17,73  | 12,28  |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | 0,73   |
| 2 | 5,0    | 6,5    |
| 3 | 5,01   | 6,5    |
| 4 | 7,71   | 6,81   |
| 5 | 17,73  | 12,59  |

#### Vertici strato .....2

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | -2,63  |
| 2 | 7,71   | 4,71   |
| 3 | 17,73  | 10,49  |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia |                       |
|--------|----------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|-----------------------|
| 1      | 0                          | 28        | 1590,757                  | 1590,757                   | 4,00                       |           | suolo<br>pedologico   |
| 2      | 0                          | 30        | 2131,207                  | 2131,207                   | 0,00                       |           | limo sabbioso         |
| 3      | 0                          | 41        | 2273,967                  | 2273,967                   | 0,00                       |           | Substrato<br>roccioso |

#### Pali...

| N° | x<br>m | y<br>m | Diametro<br>m | Lunghezza<br>m | Inclinazione<br>(°) | Interasse<br>m |
|----|--------|--------|---------------|----------------|---------------------|----------------|
| 1  | 5,125  | 5      | 0,15          | 3              | 90                  | 0,5            |
| 2  | 6,285  | 5      | 0,15          | 3              | 90                  | 0,5            |
| 3  | 7,445  | 5      | 0,15          | 3              | 90                  | 0,5            |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(Kg) | Fy<br>(Kg) | M<br>(Kg m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6,35   | 6      | 4703,339   | -10178,19  | 0           |

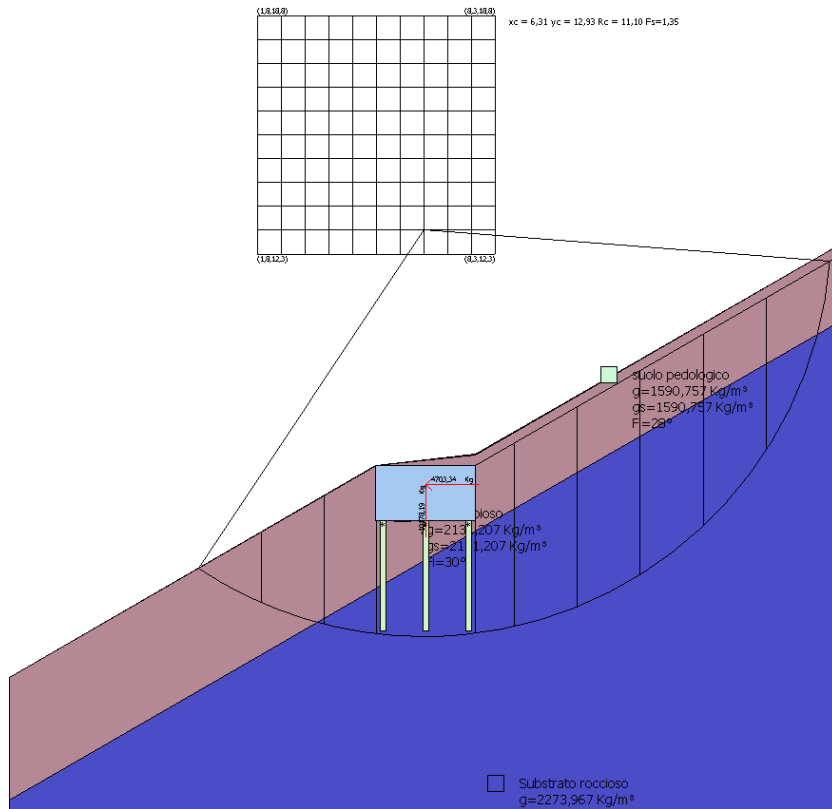
#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 1,35    |
| Ascissa centro superficie  | 6,31 m  |
| Ordinata centro superficie | 12,93 m |
| Raggio superficie          | 11,1 m  |

B: Larghezza del conccio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del conccio; Li: Lunghezza della base del conccio; Wi: Peso del conccio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

**Analisi dei conchi. Superficie...xc = 6,309 yc = 12,934 Rc = 11,097 Fs=1,3499**

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(Kg) | Kh•Wi<br>(Kg) | Kv•Wi<br>(Kg) | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(Kg) | N'i<br>(Kg) | Ti<br>(Kg) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|----------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 1,72   | -28,6       | 1,96    | 3730,97    | 495,47        | 247,74        | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 5226,4      | 1788,2     |
| 2   | 1,72   | -18,8       | 1,82    | 10147,3    | 1347,56       | 673,78        | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 12140,4     | 4153,8     |
| 3   | 1,4    | -10,5       | 1,43    | 12332,53   | 1637,76       | 818,88        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 13858,9     | 7139,5     |
| 4   | 2,71   | 0,2         | 2,71    | 17810,86   | 2365,28       | 1182,64       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 17772,4     | 9155,6     |
| 5   | 1,05   | 10,0        | 1,07    | 11366,25   | 1509,44       | 754,72        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 10579,6     | 5450,2     |
| 6   | 1,72   | 17,4        | 1,81    | 20416,11   | 2711,26       | 1355,63       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 18418,9     | 9488,6     |
| 7   | 1,72   | 27,1        | 1,93    | 21572,71   | 2864,86       | 1432,43       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 19177,6     | 9879,5     |
| 8   | 1,72   | 37,7        | 2,18    | 21222,99   | 2818,41       | 1409,21       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 19187,0     | 9884,3     |
| 9   | 1,72   | 50,4        | 2,7     | 18688,71   | 2481,86       | 1240,93       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 18062,0     | 9304,8     |
| 10  | 1,72   | 71,5        | 5,42    | 11655,35   | 1547,83       | 773,92        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 14460,0     | 7449,2     |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 72**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius*, *Bishop*, *Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;



---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

#### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

#### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

---

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$

dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

S: fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 3,67 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 7,67 m  |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 7,34 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 11,34 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo



| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -2,95  | 4,37   |
| 2 | 5,0    | 6,5    |
| 3 | 5,5    | 6,5    |
| 4 | 7,0    | 6,51   |
| 5 | 7,0    | 6,51   |
| 6 | 9,88   | 7,67   |
| 7 | 9,9    | 7,67   |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -2,95  | -1,63  |
| 2 | 7,0    | 4,11   |
| 3 | 9,9    | 5,78   |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia          |
|--------|----------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------|
| 1      | 0                          | 25        | 2070,024                  | 2070,024                   | 4,00                       | limo sabbioso      |
| 2      | 0                          | 38        | 2233,178                  | 2233,178                   | 0,00                       | Substrato roccioso |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(Kg) | Fy<br>(Kg) | M<br>(Kg m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6      | 5,5    | 0          | -5773,123  | 0           |
| 2  | 6      | 5,5    | -1110,879  | 0          | 0           |

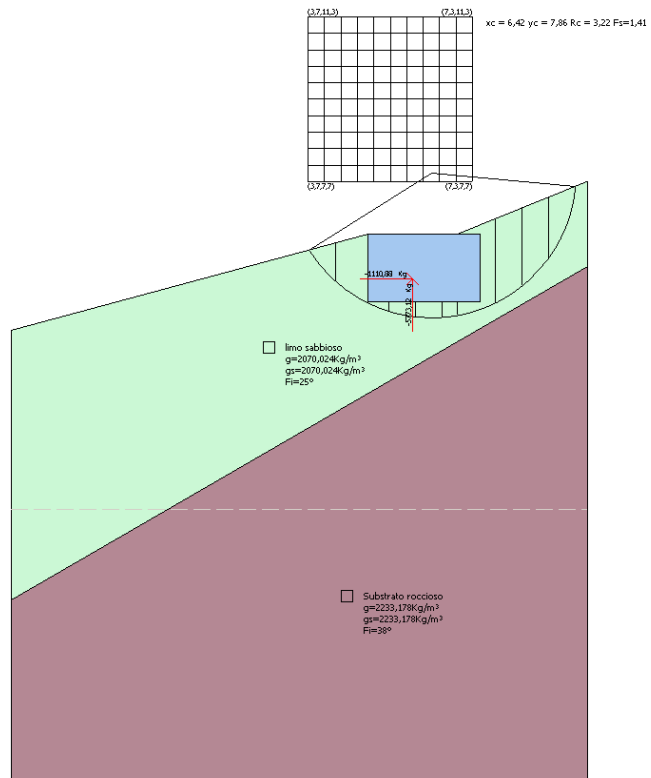
#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |        |
|----------------------------|--------|
| Fs minimo individuato      | 1,41   |
| Ascissa centro superficie  | 6,42 m |
| Ordinata centro superficie | 7,86 m |
| Raggio superficie          | 3,22 m |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei conci. Superficie...xc = 6,418 yc = 7,858 Rc = 3,22 Fs=1,4058

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(Kg) | Kh•Wi<br>(Kg) | Kv•Wi<br>(Kg) | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(Kg) | N'i<br>(Kg) | Ti<br>(Kg) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|----------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 0,59   | -49,7       | 0,92    | 590,14     | 78,37         | 39,19         | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 1329,4      | 352,8      |
| 2   | 0,72   | -33,8       | 0,86    | 1827,97    | 242,75        | 121,38        | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 2676,4      | 710,2      |
| 3   | 0,47   | -21,6       | 0,51    | 1590,77    | 211,25        | 105,63        | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 1912,3      | 507,5      |
| 4   | 0,59   | -11,7       | 0,61    | -3565,88   | -473,55       | -236,77       | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | -3854,0     | -1022,7    |
| 5   | 0,59   | -1,0        | 0,59    | 2293,2     | 304,54        | 152,27        | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 2304,6      | 611,6      |
| 6   | 0,34   | 7,3         | 0,35    | 1310,57    | 174,04        | 87,02         | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 1277,7      | 339,1      |
| 7   | 0,84   | 18,4        | 0,89    | 3254,5     | 432,2         | 216,1         | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 3151,5      | 836,3      |
| 8   | 0,59   | 32,6        | 0,7     | 2235,91    | 296,93        | 148,46        | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 2268,6      | 602,0      |
| 9   | 0,59   | 46,6        | 0,86    | 1941,46    | 257,83        | 128,91        | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 2205,3      | 585,2      |
| 10  | 0,59   | 69,5        | 1,7     | 1186,94    | 157,63        | 78,81         | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 1984,4      | 526,6      |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 76**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius*, *Bishop*, *Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;

---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

#### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

#### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di *Bishop* a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da *Taylor*.

In accordo con la legge della resistenza di *Mohr-Coulomb* in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

---

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$



dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W_s \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

S: fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la “design ground acceleration on type A ground”.

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 3,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 1,76 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 12,28 m |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 8,26 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 18,78 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |
| Coefficiente azione sismica orizzontale   | 0,1328  |
| Coefficiente azione sismica verticale     | 0,0664  |

### Vertici profilo

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | 0,73   |
| 2 | 5,0    | 6,5    |
| 3 | 5,01   | 6,5    |
| 4 | 7,71   | 6,51   |
| 5 | 7,71   | 6,51   |
| 6 | 17,71  | 12,28  |
| 7 | 17,73  | 12,28  |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | 0,73   |
| 2 | 5,0    | 6,5    |
| 3 | 5,01   | 6,5    |
| 4 | 7,71   | 6,81   |
| 5 | 17,73  | 12,59  |

#### Vertici strato .....2

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -5,0   | -2,63  |
| 2 | 7,71   | 4,71   |
| 3 | 17,73  | 10,49  |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia |                       |
|--------|----------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|-----------------------|
| 1      | 0                          | 28        | 1590,757                  | 1590,757                   | 4,00                       |           | suolo<br>pedologico   |
| 2      | 0                          | 30        | 2131,207                  | 2131,207                   | 0,00                       |           | limo sabbioso         |
| 3      | 0                          | 41        | 2273,967                  | 2273,967                   | 0,00                       |           | Substrato<br>roccioso |

#### Pali...

| N° | x<br>m | y<br>m | Diametro<br>m | Lunghezza<br>m | Inclinazione<br>(°) | Interasse<br>m |
|----|--------|--------|---------------|----------------|---------------------|----------------|
| 1  | 5,125  | 5      | 0,15          | 3              | 90                  | 0,5            |
| 2  | 6,285  | 5      | 0,15          | 3              | 90                  | 0,5            |
| 3  | 7,445  | 5      | 0,15          | 3              | 90                  | 0,5            |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(Kg) | Fy<br>(Kg) | M<br>(Kg m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6,35   | 6      | 4703,339   | -10178,19  | 0           |

#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 1,35    |
| Ascissa centro superficie  | 6,31 m  |
| Ordinata centro superficie | 12,93 m |
| Raggio superficie          | 11,1 m  |

B: Larghezza del conccio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del conccio; Li: Lunghezza della base del conccio; Wi: Peso del conccio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

**Analisi dei conchi. Superficie...xc = 6,309 yc = 12,934 Rc = 11,097 Fs=1,3499**

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(Kg) | Kh•Wi<br>(Kg) | Kv•Wi<br>(Kg) | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(Kg) | N'i<br>(Kg) | Ti<br>(Kg) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|----------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 1,72   | -28,6       | 1,96    | 3730,97    | 495,47        | 247,74        | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 5226,4      | 1788,2     |
| 2   | 1,72   | -18,8       | 1,82    | 10147,3    | 1347,56       | 673,78        | 0,0                        | 24,8      | 0,0        | 12140,4     | 4153,8     |
| 3   | 1,4    | -10,5       | 1,43    | 12332,53   | 1637,76       | 818,88        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 13858,9     | 7139,5     |
| 4   | 2,71   | 0,2         | 2,71    | 17810,86   | 2365,28       | 1182,64       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 17772,4     | 9155,6     |
| 5   | 1,05   | 10,0        | 1,07    | 11366,25   | 1509,44       | 754,72        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 10579,6     | 5450,2     |
| 6   | 1,72   | 17,4        | 1,81    | 20416,11   | 2711,26       | 1355,63       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 18418,9     | 9488,6     |
| 7   | 1,72   | 27,1        | 1,93    | 21572,71   | 2864,86       | 1432,43       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 19177,6     | 9879,5     |
| 8   | 1,72   | 37,7        | 2,18    | 21222,99   | 2818,41       | 1409,21       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 19187,0     | 9884,3     |
| 9   | 1,72   | 50,4        | 2,7     | 18688,71   | 2481,86       | 1240,93       | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 18062,0     | 9304,8     |
| 10  | 1,72   | 71,5        | 5,42    | 11655,35   | 1547,83       | 773,92        | 0,0                        | 34,8      | 0,0        | 14460,0     | 7449,2     |

**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**  
**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 78**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius*, *Bishop*, *Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;



---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

#### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

#### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$

dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

S: fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 1,64 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 8,09 m  |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 8,38 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 14,84 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo



| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -7,34  | 0,46   |
| 2 | 5,0    | 5,95   |
| 3 | 5,01   | 5,95   |
| 4 | 8,31   | 5,96   |
| 5 | 8,31   | 5,96   |
| 6 | 16,26  | 8,09   |
| 7 | 16,28  | 8,09   |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -7,34  | -1,21  |
| 2 | 8,31   | 4,49   |
| 3 | 16,28  | 7,39   |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia |                    |
|--------|---------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|--------------------|
| 1      | 0                         | 25        | 20,30032                  | 20,30032                   | 4,00                       |           | limo sabbioso      |
| 2      | 0                         | 38        | 21,90034                  | 21,90034                   | 0,00                       |           | Substrato roccioso |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(kN) | Fy<br>(kN) | M<br>(kN m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6      | 5,5    | 0          | -16,08126  | 0           |
| 2  | 6      | 5,5    | 10,24416   | 0          | 0           |

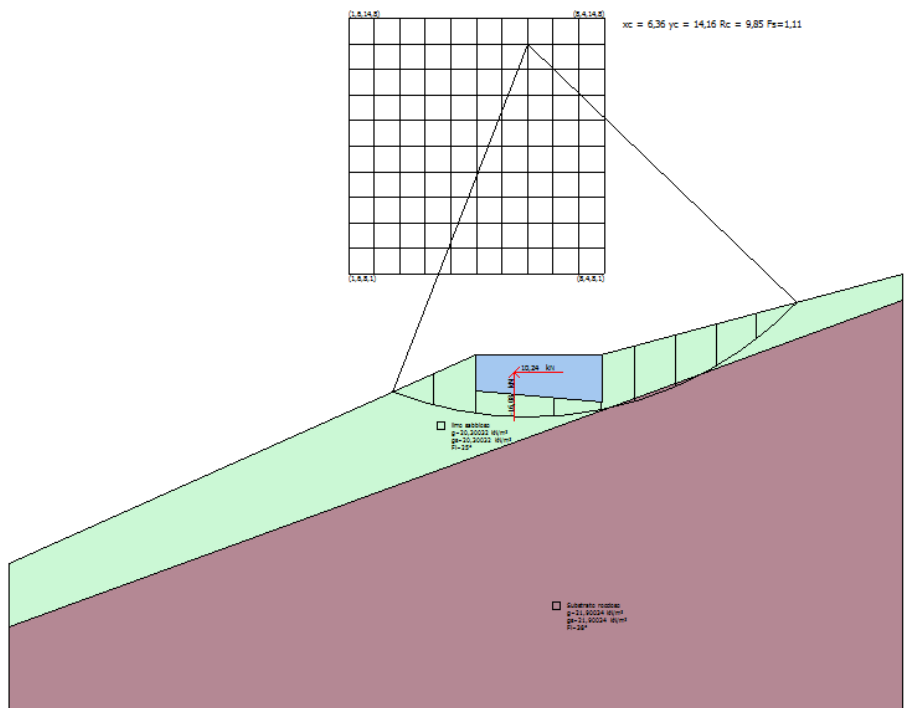
#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 1,11    |
| Ascissa centro superficie  | 6,36 m  |
| Ordinata centro superficie | 14,16 m |
| Raggio superficie          | 9,85 m  |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei conc. Superficie...xc = 6,359 yc = 14,164 Rc = 9,853 Fs=1,1113

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(kN) | Kh•Wi<br>(kN) | Kv•Wi<br>(kN) | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(kN) | N'i<br>(kN) | Ti<br>(kN) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|---------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 1,07   | -17,9       | 1,12    | 9,21       | 1,22          | 0,61          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 10,9        | 3,6        |
| 2   | 1,13   | -11,3       | 1,15    | 27,42      | 3,64          | 1,82          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 30,0        | 10,1       |
| 3   | 1,0    | -5,0        | 1,01    | 16,59      | 2,2           | 1,1           | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 17,2        | 5,8        |
| 4   | 1,07   | 1,0         | 1,07    | 35,51      | 4,72          | 2,36          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 35,3        | 11,9       |
| 5   | 1,24   | 7,8         | 1,25    | 39,21      | 5,21          | 2,6           | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 37,8        | 12,7       |
| 6   | 0,89   | 14,1        | 0,92    | 26,45      | 3,51          | 1,76          | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 23,9        | 13,4       |
| 7   | 1,07   | 20,1        | 1,13    | 30,96      | 4,11          | 2,06          | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 27,3        | 15,4       |
| 8   | 1,07   | 26,8        | 1,19    | 27,08      | 3,6           | 1,8           | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 23,6        | 13,3       |
| 9   | 1,07   | 34,0        | 1,29    | 19,74      | 2,62          | 1,31          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 19,4        | 6,5        |
| 10  | 1,07   | 42,0        | 1,43    | 8,01       | 1,06          | 0,53          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 8,3         | 2,8        |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**

**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 112**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius*, *Bishop*, *Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;

---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

#### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

#### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di *Bishop* a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da *Taylor*.

In accordo con la legge della resistenza di *Mohr-Coulomb* in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

---

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$



dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e  $PVR$  probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

$S$ : fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                      |      |
|--------------------------------------|------|
| Numero di strati                     | 2,0  |
| Numero dei conci                     | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2]       | 1,1  |
| <b>Superficie di forma circolare</b> |      |

### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | -5,87 m |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 8,27 m  |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 15,89 m |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 30,02 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |
| Coefficiente azione sismica orizzontale   | 0,1328  |
| Coefficiente azione sismica verticale     | 0,0664  |

### Vertici profilo

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -33,0  | -17,68 |
| 2 | 5,0    | 7,0    |
| 3 | 5,01   | 7,0    |
| 4 | 7,11   | 7,01   |
| 5 | 7,11   | 7,01   |
| 6 | 43,11  | 8,27   |
| 7 | 43,13  | 8,27   |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -33,0  | -21,56 |
| 2 | 7,11   | 4,49   |
| 3 | 43,13  | 27,88  |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia          |
|--------|---------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------|
| 1      | 0                         | 25        | 20,30032                  | 20,30032                   | 4,00                       | limo sabbioso      |
| 2      | 0                         | 38        | 21,90034                  | 21,90034                   | 0,00                       | Substrato roccioso |

#### Pali...

| N° | x<br>m | y<br>m | Diametro<br>m | Lunghezza<br>m | Inclinazione<br>(°) | Interasse<br>m |
|----|--------|--------|---------------|----------------|---------------------|----------------|
| 1  | 5,1    | 5      | 0,6           | 5              | 90                  | 1,2            |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(kN) | Fy<br>(kN) | M<br>(kN m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6      | 5,75   | 0          | -248,0699  | 0           |
| 2  | 6      | 5,75   | 79,32726   | 0          | 0           |

#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 2,32    |
| Ascissa centro superficie  | 11,54 m |
| Ordinata centro superficie | 14,79 m |
| Raggio superficie          | 15,87 m |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei concii. Superficie...xc = 11,535 yc = 14,793 Rc = 15,87 Fs=2,3245

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(kN) | Kh•Wi<br>(kN) | Kv•Wi<br>(kN) | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(kN) | N'i<br>(kN) | Ti<br>(kN) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|---------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 2,56   | -40,1       | 3,35    | 105,51     | 14,01         | 7,01          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 159,6       | 25,6       |
| 2   | 2,35   | -29,2       | 2,7     | 259,32     | 34,44         | 17,22         | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 349,5       | 94,0       |
| 3   | 2,11   | -20,3       | 2,25    | 69,48      | 9,23          | 4,61          | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 82,2        | 22,1       |
| 4   | 3,22   | -10,3       | 3,28    | 549,23     | 72,94         | 36,47         | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 586,7       | 157,8      |
| 5   | 2,56   | 0,3         | 2,56    | 463,65     | 61,57         | 30,79         | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 463,0       | 124,5      |

---

|    |      |      |      |        |       |       |     |      |     |       |       |
|----|------|------|------|--------|-------|-------|-----|------|-----|-------|-------|
| 6  | 2,56 | 9,6  | 2,6  | 462,71 | 61,45 | 30,72 | 0,0 | 32,0 | 0,0 | 448,9 | 120,7 |
| 7  | 2,56 | 19,2 | 2,71 | 437,35 | 58,08 | 29,04 | 0,0 | 32,0 | 0,0 | 423,5 | 113,9 |
| 8  | 2,56 | 29,4 | 2,94 | 384,1  | 51,01 | 25,5  | 0,0 | 32,0 | 0,0 | 383,0 | 103,0 |
| 9  | 2,56 | 40,9 | 3,39 | 295,0  | 39,18 | 19,59 | 0,0 | 32,0 | 0,0 | 316,6 | 85,1  |
| 10 | 2,56 | 55,2 | 4,49 | 149,62 | 19,87 | 9,93  | 0,0 | 32,0 | 0,0 | 188,9 | 50,8  |

**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**

**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 114**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius, Bishop, Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;



---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

#### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

#### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

---

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$

dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W_s \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi \tan(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

S: fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | -0,58 m |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 17,16 m |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 11,58 m |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 29,32 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo



| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -18,38 | 1,88   |
| 2 | 5,0    | 6,0    |
| 3 | 5,5    | 6,5    |
| 4 | 7,75   | 6,51   |
| 5 | 7,75   | 6,51   |
| 6 | 24,15  | 17,16  |
| 7 | 24,17  | 17,16  |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | -18,38 | -10,98 |
| 2 | 7,75   | 4,11   |
| 3 | 24,17  | 13,59  |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(Kg/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia          |
|--------|----------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------|
| 1      | 0                          | 25        | 2070,024                  | 2070,024                   | 4,00                       | limo sabbioso      |
| 2      | 0                          | 38        | 2233,178                  | 2233,178                   | 0,00                       | Substrato roccioso |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(Kg) | Fy<br>(Kg) | M<br>(Kg m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6      | 5,5    | 0          | 13606,28   | 0           |
| 2  | 6      | 5,5    | -5403,271  | 0          | 0           |

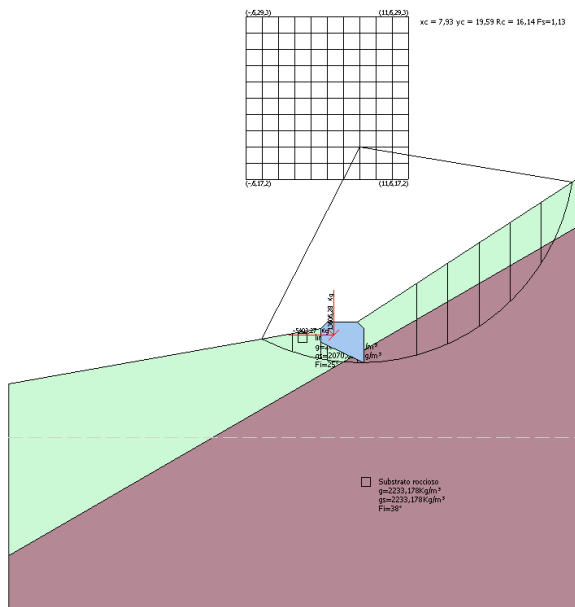
#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |         |
|----------------------------|---------|
| Fs minimo individuato      | 1,13    |
| Ascissa centro superficie  | 7,93 m  |
| Ordinata centro superficie | 19,59 m |
| Raggio superficie          | 16,14 m |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei conci. Superficie...xc = 7,931 yc = 19,593 Rc = 16,142 Fs=1,1263

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(Kg) | Kh•Wi<br>(Kg) | Kv•Wi<br>(Kg) | c<br>(kg/cm <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(Kg) | N'i<br>(Kg) | Ti<br>(Kg) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|----------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 2,33   | -22,6       | 2,52    | 3580,71    | 475,52        | 237,76        | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 4499,1      | 1490,2     |
| 2   | 2,09   | -14,3       | 2,16    | 8079,93    | 1073,01       | 536,51        | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 9106,5      | 3016,2     |
| 3   | 0,5    | -9,6        | 0,51    | 2664,95    | 353,91        | 176,95        | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 2862,2      | 948,0      |
| 4   | 2,25   | -4,7        | 2,26    | 27584,05   | 3663,16       | 1831,58       | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 28441,9     | 9420,4     |
| 5   | 4,47   | 7,4         | 4,51    | 41589,68   | 5523,11       | 2761,55       | 0,0                        | 32,0      | 0,0        | 39124,0     | 21711,5    |
| 6   | 2,33   | 19,8        | 2,47    | 28818,24   | 3827,06       | 1913,53       | 0,0                        | 32,0      | 0,0        | 25528,3     | 14166,7    |
| 7   | 2,33   | 28,9        | 2,66    | 31176,08   | 4140,18       | 2070,09       | 0,0                        | 32,0      | 0,0        | 27260,0     | 15127,6    |
| 8   | 2,33   | 39,0        | 2,99    | 30894,04   | 4102,73       | 2051,36       | 0,0                        | 32,0      | 0,0        | 27425,3     | 15219,4    |
| 9   | 2,33   | 50,8        | 3,69    | 26786,29   | 3557,22       | 1778,61       | 0,0                        | 32,0      | 0,0        | 25229,4     | 14000,8    |
| 10  | 2,33   | 69,0        | 6,5     | 15158,53   | 2013,05       | 1006,53       | 0,0                        | 20,5      | 0,0        | 22720,4     | 7525,3     |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**

**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 115**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius*, *Bishop*, *Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;

---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

---

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$



dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W_s \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

$R$  = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di  $E$  e di  $X$ , definisce una relazione tra la variazione della forza  $X$  e della forza  $E$  all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e PVR probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

S: fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 3,15 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 8,83 m  |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 6,87 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 12,55 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | 0,0    | 4,11   |
| 2 | 5,0    | 7,0    |
| 3 | 5,01   | 7,0    |
| 4 | 8,01   | 7,01   |
| 5 | 8,01   | 7,01   |
| 6 | 13,01  | 8,83   |
| 7 | 13,03  | 8,83   |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | 0,0    | 1,57   |
| 2 | 8,01   | 4,49   |
| 3 | 13,03  | 6,32   |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia |                    |
|--------|---------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|--------------------|
| 1      | 0                         | 25        | 20,30032                  | 20,30032                   | 4,00                       |           | limo sabbioso      |
| 2      | 0                         | 38        | 21,90034                  | 21,90034                   | 0,00                       |           | Substrato roccioso |

#### Pali...

| N° | x<br>m | y<br>m | Diametro<br>m | Lunghezza<br>m | Inclinazione<br>(°) | Interasse<br>m |
|----|--------|--------|---------------|----------------|---------------------|----------------|
| 1  | 5,1    | 5      | 0,6           | 5              | 90                  | 1              |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(kN) | Fy<br>(kN) | M<br>(kN m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6      | 5,75   | 0          | -276,3324  | 0           |
| 2  | 6      | 5,75   | 140,0122   | 0          | 0           |

#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

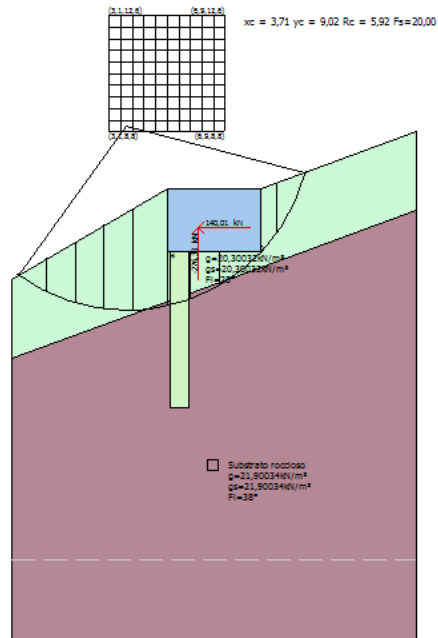
|                            |        |
|----------------------------|--------|
| Fs minimo individuato      | 20,0   |
| Ascissa centro superficie  | 3,71 m |
| Ordinata centro superficie | 9,02 m |
| Raggio superficie          | 5,92 m |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei conci. Superficie...xc = 3,708 yc = 9,017 Rc = 5,919 Fs=20,00

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(kN) | Kh•Wi<br>(kN) | Kv•Wi<br>(kN) | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(kN) | N'i<br>(kN) | Ti<br>(kN) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|---------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 0,92   | -30,9       | 1,07    | 10,68      | 1,42          | 0,71          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 12,5        | 0,2        |
| 2   | 0,92   | -21,0       | 0,99    | 28,99      | 3,85          | 1,92          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 31,2        | 0,4        |
| 3   | 0,92   | -11,6       | 0,94    | 43,96      | 5,84          | 2,92          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 45,0        | 0,6        |
| 4   | 0,92   | -2,6        | 0,92    | 56,06      | 7,44          | 3,72          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 56,1        | 0,7        |
| 5   | 1,1    | 7,3         | 1,11    | 78,92      | 10,48         | 5,24          | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 79,3        | 1,7        |

|    |      |      |      |         |        |        |     |      |     |        |      |
|----|------|------|------|---------|--------|--------|-----|------|-----|--------|------|
| 6  | 0,75 | 16,4 | 0,78 | 55,71   | 7,4    | 3,7    | 0,0 | 32,0 | 0,0 | 57,7   | 1,2  |
| 7  | 0,92 | 25,1 | 1,02 | -213,34 | -28,33 | -14,17 | 0,0 | 32,0 | 0,0 | -233,3 | -4,9 |
| 8  | 1,34 | 38,3 | 1,71 | 72,62   | 9,64   | 4,82   | 0,0 | 20,5 | 0,0 | 91,7   | 1,1  |
| 9  | 0,5  | 50,4 | 0,79 | 18,8    | 2,5    | 1,25   | 0,0 | 20,5 | 0,0 | 29,1   | 0,4  |
| 10 | 0,92 | 64,8 | 2,16 | 19,35   | 2,57   | 1,28   | 0,0 | 20,5 | 0,0 | 44,2   | 0,5  |



**BLOCCHI DI ANCORAGGIO CONDOTTA**

**RELAZIONE DI STABILITA' BLOCCO PICCHETTO 116**

---

# RELAZIONE DI CALCOLO

## Definizione

Per pendio s'intende una porzione di versante naturale il cui profilo originario è stato modificato da interventi artificiali rilevanti rispetto alla stabilità. Per frana s'intende una situazione di instabilità che interessa versanti naturali e coinvolgono volumi considerevoli di terreno.

## Introduzione all'analisi di stabilità

La risoluzione di un problema di stabilità richiede la presa in conto delle equazioni di campo e dei legami costitutivi. Le prime sono di equilibrio, le seconde descrivono il comportamento del terreno. Tali equazioni risultano particolarmente complesse in quanto i terreni sono dei sistemi multifase, che possono essere ricondotti a sistemi monofase solo in condizioni di terreno secco, o di analisi in condizioni drenate.

Nella maggior parte dei casi ci si trova a dover trattare un materiale che se saturo è per lo meno bifase, ciò rende la trattazione delle equazioni di equilibrio notevolmente complicata. Inoltre è praticamente impossibile definire una legge costitutiva di validità generale, in quanto i terreni presentano un comportamento non-lineare già a piccole deformazioni, sono anisotropi ed inoltre il loro comportamento dipende non solo dallo sforzo deviatorico ma anche da quello normale. A causa delle suddette difficoltà vengono introdotte delle ipotesi semplificative:

(a) Si usano leggi costitutive semplificate: modello rigido perfettamente plastico. Si assume che la resistenza del materiale sia espressa unicamente dai parametri coesione ( $c$ ) e angolo di resistenza al taglio ( $\varphi$ ), costanti per il terreno e caratteristici dello stato plastico; quindi si suppone valido il criterio di rottura di Mohr-Coulomb.

(b) In alcuni casi vengono soddisfatte solo in parte le equazioni di equilibrio.

## Metodo equilibrio limite (LEM)

Il metodo dell'equilibrio limite consiste nello studiare l'equilibrio di un corpo rigido, costituito dal pendio e da una superficie di scorrimento di forma qualsiasi (linea retta, arco di cerchio, spirale logaritmica); da tale equilibrio vengono calcolate le tensioni da taglio ( $\tau$ ) e confrontate con la resistenza disponibile ( $\tau_f$ ), valutata secondo il criterio di rottura di *Coulomb*, da tale confronto ne scaturisce la prima indicazione sulla stabilità attraverso il coefficiente di sicurezza  $F = \tau_f / \tau$ .

Tra i metodi dell'equilibrio limite alcuni considerano l'equilibrio globale del corpo rigido (*Culman*), altri a causa della non omogeneità dividono il corpo in conci considerando l'equilibrio di ciascuno (*Fellenius*, *Bishop*, *Janbu ecc.*).

Di seguito vengono discussi i metodi dell'equilibrio limite dei conci.

## Metodo dei conci

La massa interessata dallo scivolamento viene suddivisa in un numero conveniente di conci. Se il numero dei conci è pari a  $n$ , il problema presenta le seguenti incognite:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$  agenti sulla base di ciascun concio;

$n$  valori delle forze di taglio alla base del concio  $T_i$

$(n-1)$  forze normali  $E_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;



---

$(n-1)$  forze tangenziali  $X_i$  agenti sull'interfaccia dei conci;  
 $n$  valori della coordinata  $a$  che individua il punto di applicazione delle  $E_i$ ;  
 $(n-1)$  valori della coordinata che individua il punto di applicazione delle  $X_i$ ;  
una incognita costituita dal fattore di sicurezza  $F$ .

**Complessivamente le incognite sono  $(6n-2)$ .**

*mentre le equazioni a disposizione sono:*

Equazioni di equilibrio dei momenti  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione verticale  $n$   
Equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale  $n$   
Equazioni relative al criterio di rottura  $n$   
Totale numero di equazioni  $4n$

Il problema è staticamente indeterminato ed il grado di indeterminazione è pari a

$$i = (6n-2)-(4n) = 2n-2.$$

Il grado di indeterminazione si riduce ulteriormente a  $(n-2)$  in quando si fa l'assunzione che  $N_i$  sia applicato nel punto medio della striscia, ciò equivale ad ipotizzare che le tensioni normali totali siano uniformemente distribuite.

I diversi metodi che si basano sulla teoria dell'equilibrio limite si differenziano per il modo in cui vengono eliminate le  $(n-2)$  indeterminazioni.

#### **Metodo di FELLENIUS (1927)**

Con questo metodo (valido solo per superfici di scorrimento di forma circolare) vengono trascurate le forze di interstriscia pertanto le incognite si riducono a:

$n$  valori delle forze normali  $N_i$ ;  
 $n$  valori delle forze da taglio  $T_i$ ;

$1$  fattore di sicurezza.

Incognite  $(2n+1)$

Le equazioni a disposizione sono:

$n$  equazioni di equilibrio alla traslazione verticale;  
 $n$  equazioni relative al criterio di rottura;  
 $1$  equazione di equilibrio dei momenti globale.

$$F = \frac{\sum \{ c_i \times l_i + (W_i \times \cos \alpha_i - u_i \times l_i) \times \tan \varphi_i \}}{\sum W_i \times \sin \alpha_i}$$

Questa equazione è semplice da risolvere ma si è trovato che fornisce risultati conservativi (fattori di sicurezza bassi) soprattutto per superfici profonde.

#### **Metodo di BISHOP (1955)**

Con tale metodo non viene trascurato nessun contributo di forze agenti sui blocchi e fu il primo a descrivere i problemi legati ai metodi convenzionali.

Le equazioni usate per risolvere il problema sono:

$\Sigma F_v = 0, \Sigma M_0 = 0$ , Criterio di rottura.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b_i + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \sin \alpha_i}$$

I valori di  $F$  e di  $\Delta X$  per ogni elemento che soddisfano questa equazione danno una soluzione rigorosa al problema. Come prima approssimazione conviene porre  $\Delta X = 0$  ed iterare per il calcolo del fattore di sicurezza, tale procedimento è noto come metodo di **Bishop ordinario**, gli errori commessi rispetto al metodo completo sono di circa 1 %.

### Metodo di JANBU (1967)

Janbu estese il metodo di Bishop a superfici di scorrimento di forma qualsiasi.

Quando vengono trattate superfici di scorrimento di forma qualsiasi il braccio delle forze cambia (nel caso delle superfici circolari resta costante e pari al raggio) a tal motivo risulta più conveniente valutare l'equazione del momento rispetto allo spigolo di ogni blocco.

$$F = \frac{\Sigma \{c_i \times b + (W_i - u_i \times b_i + \Delta X_i) \times \tan \varphi_i\} \times \frac{\sec^2 \alpha_i}{1 + \tan \alpha_i \times \tan \varphi_i / F}}{\Sigma W_i \times \tan \alpha_i}$$

Assumendo  $\Delta X_i = 0$  si ottiene il metodo ordinario.

Janbu propose inoltre un metodo per la correzione del fattore di sicurezza ottenuto con il metodo ordinario secondo la seguente:

$$F_{\text{corretto}} = f_o F$$

dove  $f_o$  è riportato in grafici funzione di geometria e parametri geotecnici.

Tale correzione è molto attendibile per pendii poco inclinati.

### Metodo di BELL (1968)

Le forze agenti sul corpo che scivola includono il peso effettivo del terreno,  $W$ , le forze sismiche pseudostatiche orizzontali e verticali  $K_x W$  e  $K_z W$ , le forze orizzontali e verticali  $X$  e  $Z$  applicate esternamente al profilo del pendio, infine, la risultante degli sforzi totali normali e di taglio  $\sigma$  e  $\tau$  agenti sulla superficie potenziale di scivolamento.

Lo sforzo totale normale può includere un eccesso di pressione dei pori  $u$  che deve essere specificata con l'introduzione dei parametri di forza efficace.

In pratica questo metodo può essere considerato come un'estensione del metodo del cerchio di attrito per sezioni omogenee precedentemente descritto da Taylor.

In accordo con la legge della resistenza di Mohr-Coulomb in termini di tensione efficace, la forza di taglio agente sulla base dell' $i$ -esimo concio è data da:

$$T_i = \frac{c_i L_i + (N_i - u_{ci} L_i) \tan \phi_i}{F}$$

in cui

$F$  = il fattore di sicurezza;

$c_i$  = la coesione efficace (o totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$\phi_i$  = l'angolo di attrito efficace (= 0 con la coesione totale) alla base dell' $i$ -esimo concio;

$L_i$  = la lunghezza della base dell'i-esimo concio;  
 $u_{ci}$  = la pressione dei pori al centro della base dell'i-esimo concio.

L'equilibrio risulta uguagliando a zero la somma delle forze orizzontali, la somma delle forze verticali e la somma dei momenti rispetto all'origine.

Viene adottata la seguente assunzione sulla variazione della tensione normale agente sulla potenziale superficie di scorrimento:

$$\sigma_{ci} = \left[ C_1(1 - K_z) \frac{W_i \cos \alpha_i}{L_i} \right] + C_2 f(x_{ci}, y_{ci}, z_{ci})$$

in cui il primo termine dell'equazione include l'espressione:

$W_i \cos \alpha_i / L_i$  = valore dello sforzo normale totale associato con il metodo ordinario dei conci.

Il secondo termine dell'equazione include la funzione:

$$f = \sin 2\pi \left( \frac{x_n - x_{ci}}{x_n - x_0} \right)$$

Dove  $x_0$  ed  $x_n$  sono rispettivamente le ascisse del primo e dell'ultimo punto della superficie di scorrimento, mentre  $x_{ci}$  rappresenta l'ascissa del punto medio della base del concio i-esimo.

Una parte sensibile di riduzione del peso associata con una accelerazione verticale del terreno  $K_z$  g può essere trasmessa direttamente alla base e ciò è incluso nel fattore  $(1 - K_z)$ .

Lo sforzo normale totale alla base di un concio è dato da:

$$N_i = \sigma_{ci} L_i$$

La soluzione delle equazioni di equilibrio si ricava risolvendo un sistema lineare di tre equazioni ottenute moltiplicando le equazioni di equilibrio per il fattore di sicurezza  $F$ , sostituendo l'espressione di  $N_i$  e moltiplicando ciascun termine della coesione per un coefficiente arbitrario  $C_3$ .

Si assume una relazione di linearità tra detto coefficiente, determinabile tramite la regola di Cramer, ed il fattore di sicurezza  $F$ . Il corretto valore di  $F$  può essere ottenuto dalla formula di interpolazione lineare:

$$F = F(2) + \left( \frac{1 - C_3(2)}{C_3(2) - C_3(1)} \right) (F(2) - F(1))$$

dove i numeri in parentesi (1) e (2) indicano i valori iniziale e successivo dei parametri  $F$  e  $C_3$ .

Qualsiasi coppia di valori del fattore di sicurezza nell'intorno di una stima fisicamente ragionevole può essere usata per iniziare una soluzione iterativa.

Il numero necessario di iterazioni dipende sia dalla stima iniziale sia dalla desiderata precisione della soluzione; normalmente, il processo converge rapidamente.

### **Metodo di SARMA (1973)**

Il metodo di **Sarma** è un semplice, ma accurato metodo per l'analisi di stabilità dei pendii, che permette di determinare l'accelerazione sismica orizzontale richiesta affinché l'ammasso di terreno, delimitato dalla superficie di scivolamento e dal profilo topografico, raggiunga lo stato di equilibrio limite (accelerazione critica  $K_c$ ) e, nello stesso tempo, consente di ricavare l'usuale fattore di sicurezza ottenuto come per gli altri metodi più comuni della geotecnica.

Si tratta di un metodo basato sul principio dell'equilibrio limite e delle strisce, pertanto viene considerato l'equilibrio di una potenziale massa di terreno in scivolamento suddivisa in  $n$  strisce verticali di spessore sufficientemente piccolo da ritenere ammissibile l'assunzione che lo sforzo normale  $N_i$  agisce nel punto medio della base della striscia.

Le equazioni da prendere in considerazione sono:

L'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio alla traslazione verticale del singolo concio;

L'equazione di equilibrio dei momenti.

Condizioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale:

$$\begin{aligned} N_i \cos \alpha_i + T_i \sin \alpha_i &= W_i - \Delta X_i \\ T_i \cos \alpha_i - N_i \sin \alpha_i &= KW_i + \Delta E_i \end{aligned}$$

Viene, inoltre, assunto che in assenza di forze esterne sulla superficie libera dell'ammasso si ha:

$$\begin{aligned} \sum \Delta E_i &= 0 \\ \sum \Delta X_i &= 0 \end{aligned}$$

dove  $E_i$  e  $X_i$  rappresentano, rispettivamente, le forze orizzontale e verticale sulla faccia  $i$ -esima del concio generico  $i$ .

L'equazione di equilibrio dei momenti viene scritta scegliendo come punto di riferimento il baricentro dell'intero ammasso; sicché, dopo aver eseguito una serie di posizioni e trasformazioni trigonometriche ed algebriche, nel metodo di **Sarma** la soluzione del problema passa attraverso la risoluzione di due equazioni:

$$\begin{aligned} * \sum \Delta X_i \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + \sum \Delta E_i &= \sum \Delta_i - K \cdot \sum W_i \\ ** \sum \Delta X_i \cdot [(y_{mi} - y_G) \cdot \operatorname{tg}(\psi_i' - \alpha_i) + (x_i' - x_G)] &= \sum W_i \cdot (x_{mi} - x_G) + \sum \Delta_i \cdot (y_{mi} - y_G) \end{aligned}$$

Ma l'approccio risolutivo, in questo caso, è completamente capovolto: il problema infatti impone di trovare un valore di  $K$  (accelerazione sismica) corrispondente ad un determinato fattore di sicurezza; ed in particolare, trovare il valore dell'accelerazione  $K$  corrispondente al fattore di sicurezza  $F = 1$ , ossia l'*accelerazione critica*.

Si ha pertanto:

$K = K_c$  *accelerazione critica* se  $F = 1$

$F = F_s$  *fattore di sicurezza in condizioni statiche* se  $K = 0$

La seconda parte del problema del Metodo di Sarma è quella di trovare una distribuzione di forze interne  $X_i$  ed  $E_i$  tale da verificare l'equilibrio del concio e quello globale dell'intero ammasso, senza violazione del criterio di rottura.

E' stato trovato che una soluzione accettabile del problema si può ottenere assumendo la seguente distribuzione per le forze  $X_i$ :

$$\Delta X_i = \lambda \cdot \Delta Q_i = \lambda \cdot (Q_{i+1} - Q_i)$$

dove  $Q_i$  è una funzione nota, in cui vengono presi in considerazione i parametri geotecnici medi sulla  $i$ -esima faccia del concio  $i$ , e  $\lambda$  rappresenta un'incognita.

La soluzione completa del problema si ottiene pertanto, dopo alcune iterazioni, con i valori di  $K_c$ ,  $\lambda$  e  $F$ , che permettono di ottenere anche la distribuzione delle forze di interstriscia.

### **Metodo di SPENCER**

Il metodo è basato sull'assunzione:

Le forze d'interfaccia lungo le superfici di divisione dei singoli conci sono orientate parallelamente fra loro ed inclinate rispetto all'orizzontale di un angolo  $\theta$ . tutti i momenti sono nulli  $M_i = 0 \quad i=1, \dots, n$

Sostanzialmente il metodo soddisfa tutte le equazioni della statica ed equivale al metodo di Morgenstern e Price quando la funzione  $f(x) = 1$ .

Imponendo l'equilibrio dei momenti rispetto al centro dell'arco descritto dalla superficie di scivolamento si ha:

$$\sum Q_i R \cos(\alpha - \theta) = 0$$

dove:

$$Q_i = \frac{\frac{c}{F_s} (W \cos \alpha - \gamma_w h l \sec \alpha) \frac{tg \alpha}{F_s} - W_s \sin \alpha}{\cos(\alpha - \theta) \left[ \frac{F_s + tg \phi tg(\alpha - \theta)}{F_s} \right]}$$

forza d'interazione fra i conci;

R = raggio dell'arco di cerchio;

$\theta$  = angolo d'inclinazione della forza  $Q_i$  rispetto all'orizzontale.

Imponendo l'equilibrio delle forze orizzontali e verticali si ha rispettivamente:

$$\sum (Q_i \cos \theta) = 0 \quad \sum (Q_i \sin \theta) = 0$$

Con l'assunzione delle forze  $Q_i$  parallele fra loro, si può anche scrivere:

$$\sum Q_i = 0$$

Il metodo propone di calcolare due coefficienti di sicurezza: il primo ( $F_{sm}$ ) ottenibile dalla 1), legato all'equilibrio dei momenti; il secondo ( $F_{sf}$ ) dalla 2) legato all'equilibrio delle forze. In pratica si procede risolvendo la 1) e la 2) per un dato intervallo di valori dell'angolo  $\theta$ , considerando come valore unico del coefficiente di sicurezza quello per cui si abbia  $F_{sm} = F_{sf}$ .

### **Metodo di MORGENSTERN e PRICE**

Si stabilisce una relazione tra le componenti delle forze di interfaccia del tipo  $X = \lambda f(x)E$ , dove  $\lambda$  è un fattore di scala e  $f(x)$ , funzione della posizione di E e di X, definisce una relazione tra la variazione della forza X e della forza E all'interno della massa scivolante. La funzione  $f(x)$  è scelta

arbitrariamente (costante, sinusoidale, semisinusoidale, trapezia, spezzata...) e influenza poco il risultato, ma va verificato che i valori ricavati per le incognite siano fisicamente accettabili.

La particolarità del metodo è che la massa viene suddivisa in strisce infinitesime alle quali vengono imposte le equazioni di equilibrio alla traslazione orizzontale e verticale e di rottura sulla base delle strisce stesse. Si perviene ad una prima equazione differenziale che lega le forze d'interfaccia incognite E, X, il coefficiente di sicurezza  $F_s$ , il peso della striscia infinitesima dW e la risultante delle pressioni neutra alla base dU.

Si ottiene la cosiddetta "equazione delle forze":

$$c' \sec^2 \frac{\alpha}{F_s} + tg \varphi' \left( \frac{dW}{dx} - \frac{dX}{dx} - tg \alpha \frac{dE}{dx} - \sec \alpha \frac{dU}{dx} \right) =$$

$$= \frac{dE}{dx} - tg \alpha \left( \frac{dX}{dx} - \frac{dW}{dx} \right)$$

Una seconda equazione, detta "equazione dei momenti", viene scritta imponendo la condizione di equilibrio alla rotazione rispetto alla mezzeria della base:

$$X = \frac{d(E_\gamma)}{dx} - \gamma \frac{dE}{dx}$$

queste due equazioni vengono estese per integrazione a tutta la massa interessata dallo scivolamento. Il metodo di calcolo soddisfa tutte le equazioni di equilibrio ed è applicabile a superfici di qualsiasi forma, ma implica necessariamente l'uso di un calcolatore.

## VALUTAZIONE DELL'AZIONE SISMICA

Nelle verifiche agli Stati Limite Ultimi la stabilità dei pendii nei confronti dell'azione sismica viene eseguita con il metodo pseudo-statico. Per i terreni che sotto l'azione di un carico ciclico possono sviluppare pressioni interstiziali elevate viene considerato un aumento in percento delle pressioni neutre che tiene conto di questo fattore di perdita di resistenza.

Ai fini della valutazione dell'azione sismica, nelle verifiche agli stati limite ultimi, vengono considerate le seguenti forze statiche equivalenti:

$$F_H = K_o \cdot W$$

$$F_V = K_v \cdot W$$

Essendo:

$F_H$  e  $F_V$  rispettivamente la componente orizzontale e verticale della forza d'inerzia applicata al baricentro del concio;

W: peso concio

$K_o$ : Coefficiente sismico orizzontale

$K_v$ : Coefficiente sismico verticale.

---

### Calcolo coefficienti sismici

Le NTC 2008 calcolano i coefficienti  $K_O$  e  $K_V$  in dipendenza di vari fattori:

$$K_O = \beta_s \times (a_{\max}/g)$$

$$K_V = \pm 0,5 \times K_O$$

Con

$\beta_s$  coefficiente di riduzione dell'accelerazione massima attesa al sito;

$a_{\max}$  accelerazione orizzontale massima attesa al sito;

$g$  accelerazione di gravità.

Tutti i fattori presenti nelle precedenti formule dipendono dall'accelerazione massima attesa sul sito di riferimento rigido e dalle caratteristiche geomorfologiche del territorio.

$$a_{\max} = S_S S_T a_g$$

$S_S$  (effetto di amplificazione stratigrafica):  $0.90 \leq S_S \leq 1.80$ ; è funzione di  $F_0$  (Fattore massimo di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale) e della categoria di suolo (A, B, C, D, E).

$S_T$  (effetto di amplificazione topografica).

Il valore di  $S_T$  varia con il variare delle quattro categorie topografiche introdotte:

$$T1(S_T = 1.0) \quad T2(S_T = 1.20) \quad T3(S_T = 1.20) \quad T4(S_T = 1.40).$$

Questi valori sono calcolati come funzione del punto in cui si trova il sito oggetto di analisi. Il parametro di entrata per il calcolo è il tempo di ritorno dell'evento sismico che è valutato come segue:

$$T_R = -V_R / \ln(1 - PVR)$$

Con  $V_R$  vita di riferimento della costruzione e  $PVR$  probabilità di superamento, nella vita di riferimento, associata allo stato limite considerato. La vita di riferimento dipende dalla vita nominale della costruzione e dalla classe d'uso della costruzione (in linea con quanto previsto al punto 2.4.3 delle NTC). In ogni caso  $V_R$  dovrà essere maggiore o uguale a 35 anni.

Con l'OPCM 3274 e successive modifiche, i coefficienti sismici orizzontale  $K_O$  e verticale  $K_V$  che interessano tutte le masse vengono calcolati come:

$$K_O = S \cdot (a_g/g) \quad K_V = 0.5 \cdot K_O$$

$S$ : fattore dipendente dal tipo di suolo secondo lo schema:

tipo A -  $S=1$ ;

tipo B -  $S=1.25$ ;

tipo C -  $S=1.25$ ;

tipo E -  $S=1.25$ ;

tipo D -  $S=1.35$ .

Per pendii con inclinazione superiore a  $15^\circ$  e dislivello superiore a 30 m, l'azione sismica deve essere incrementata moltiplicandola per il coefficiente di amplificazione topografica  $S_T$ :

$S_T \geq 1,2$  per siti in prossimità del ciglio superiore di pendii scoscesi isolati;  
 $S_T \geq 1,4$  per siti prossimi alla sommità di profili topografici aventi larghezza in testa molto inferiore alla larghezza alla base e pendenza media  $> 30^\circ$ ;  $S_T \geq 1,2$  per siti dello stesso tipo ma pendenza media inferiore.

L'applicazione del **D.M. 88** e successive modifiche ed integrazioni è consentito mediante l'inserimento del coefficiente sismico orizzontale  $K_0$  in funzione delle Categorie Sismiche secondo il seguente schema: I Cat.  $K_0=0.1$ ; II Cat.  $K_0=0.07$ ; III Cat.  $K_0=0.04$

Per l'applicazione dell'**Eurocodice 8** (progettazione geotecnica in campo sismico) il coefficiente sismico orizzontale viene così definito:

$$K_0 = a_{gR} \cdot \gamma_I \cdot S / (g)$$

$a_{gR}$  : accelerazione di picco di riferimento su suolo rigido affiorante,

$\gamma_I$ : fattore di importanza,

S: soil factor e dipende dal tipo di terreno (da A ad E).

$$a_g = a_{gR} \cdot \gamma_I$$

è la "design ground acceleration on type A ground".

Il coefficiente sismico verticale  $K_V$  è definito in funzione di  $K_0$ , e vale:

$$K_V = \pm 0.5 \cdot K_0$$

### Ricerca della superficie di scorrimento critica

In presenza di mezzi omogenei non si hanno a disposizione metodi per individuare la superficie di scorrimento critica ed occorre esaminarne un numero elevato di potenziali superfici.

Nel caso vengano ipotizzate superfici di forma circolare, la ricerca diventa più semplice, in quanto dopo aver posizionato una maglia dei centri costituita da m righe e n colonne saranno esaminate tutte le superfici aventi per centro il generico nodo della maglia  $m \times n$  e raggio variabile in un determinato range di valori tale da esaminare superfici cinematicamente ammissibili.

### Analisi di stabilità dei pendii con BISHOP

|                                |      |
|--------------------------------|------|
| Numero di strati               | 2,0  |
| Numero dei conci               | 10,0 |
| Coefficiente di sicurezza [R2] | 1,1  |

### Superficie di forma circolare

#### Maglia dei Centri

|   |         |
|---|---------|
| Ascissa vertice sinistro inferiore $x_i$  | 3,71 m  |
| Ordinata vertice sinistro inferiore $y_i$ | 9,2 m   |
| Ascissa vertice destro superiore $x_s$    | 7,29 m  |
| Ordinata vertice destro superiore $y_s$   | 12,77 m |
| Passo di ricerca                          | 10,0    |
| Numero di celle lungo x                   | 10,0    |
| Numero di celle lungo y                   | 10,0    |

|   |        |
|---|--------|
| Coefficiente azione sismica orizzontale | 0,1328 |
| Coefficiente azione sismica verticale   | 0,0664 |

### Vertici profilo



| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | 0,0    | 5,97   |
| 2 | 5,0    | 5,8    |
| 3 | 5,5    | 6,3    |
| 4 | 7,5    | 6,31   |
| 5 | 7,5    | 6,31   |
| 6 | 12,5   | 9,2    |
| 7 | 12,52  | 9,2    |

#### Vertici strato .....1

| N | X<br>m | y<br>m |
|---|--------|--------|
| 1 | 0,0    | -0,22  |
| 2 | 7,5    | 4,11   |
| 3 | 12,52  | 7,01   |

#### Stratigrafia

c: coesione; Fi: Angolo di attrito; G: Peso Specifico; Gs: Peso Specifico Saturo; K: Modulo di Winkler

| Strato | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | G<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | Gs<br>(kN/m <sup>3</sup> ) | K<br>(Kg/cm <sup>3</sup> ) | Litologia |                    |
|--------|---------------------------|-----------|---------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|--------------------|
| 1      | 0                         | 25        | 20,30032                  | 20,30032                   | 4,00                       |           | limo sabbioso      |
| 2      | 0                         | 38        | 21,90034                  | 21,90034                   | 0,00                       |           | Substrato roccioso |

#### Carichi concentrati

| N° | x<br>m | y<br>m | Fx<br>(kN) | Fy<br>(kN) | M<br>(kN m) |
|----|--------|--------|------------|------------|-------------|
| 1  | 6      | 5,5    | 0          | 273,4203   | 0           |
| 2  | 6      | 5,5    | -103,9756  | 0          | 0           |

#### Risultati analisi pendio [A2+M2+R2]

|                            |        |
|----------------------------|--------|
| Fs minimo individuato      | 3,2    |
| Ascissa centro superficie  | 5,5 m  |
| Ordinata centro superficie | 9,2 m  |
| Raggio superficie          | 6,25 m |

B: Larghezza del concio; Alfa: Angolo di inclinazione della base del concio; Li: Lunghezza della base del concio; Wi: Peso del concio ; Ui: Forze derivanti dalle pressioni neutre; Ni: forze agenti normalmente alla direzione di scivolamento; Ti: forze agenti parallelamente alla superficie di scivolamento; Fi: Angolo di attrito; c: coesione.

#### Analisi dei concii. Superficie...xc = 5,50 yc = 9,198 Rc = 6,252 Fs=3,2027

| Nr. | B<br>m | Alfa<br>(°) | Li<br>m | Wi<br>(kN) | Kh•Wi<br>(kN) | Kv•Wi<br>(kN) | c<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Fi<br>(°) | Ui<br>(kN) | N'i<br>(kN) | Ti<br>(kN) |
|-----|--------|-------------|---------|------------|---------------|---------------|---------------------------|-----------|------------|-------------|------------|
| 1   | 1,16   | -50,5       | 1,82    | 18,54      | 2,46          | 1,23          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 34,0        | 4,0        |
| 2   | 1,16   | -35,6       | 1,43    | 42,63      | 5,66          | 2,83          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 57,2        | 6,7        |
| 3   | 1,16   | -23,3       | 1,26    | 56,94      | 7,56          | 3,78          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 65,2        | 7,6        |
| 4   | 1,38   | -11,0       | 1,4     | 77,29      | 10,26         | 5,13          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 80,6        | 9,4        |
| 5   | 0,94   | -0,3        | 0,94    | 63,52      | 8,43          | 4,22          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 63,6        | 7,4        |
| 6   | 1,56   | 11,4        | 1,59    | 377,45     | 50,13         | 25,06         | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 370,5       | 72,3       |
| 7   | 0,76   | 22,4        | 0,82    | 48,67      | 6,46          | 3,23          | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 48,7        | 9,5        |
| 8   | 1,16   | 32,5        | 1,37    | 75,92      | 10,08         | 5,04          | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 80,1        | 15,6       |
| 9   | 1,16   | 46,6        | 1,69    | 69,12      | 9,18          | 4,59          | 0,0                       | 32,0      | 0,0        | 83,3        | 16,3       |
| 10  | 1,16   | 70,1        | 3,41    | 44,2       | 5,87          | 2,94          | 0,0                       | 20,5      | 0,0        | 98,3        | 11,4       |

