

Allegato A26

Studio idrologico



Comune di Sparanise
Provincia di Caserta



Studio idrologico volto alla valutazione delle portate media e minima defluenti nel corso d'acqua denominato "Rio dei Lanzi" nel tratto a cavallo dell'immissione degli scarichi della centrale termoelettrica di Calenia Energia

Relazione illustrativa

Consulenza tecnica:
Dott. Ing. Luigi Panico

Consulenza Scientifica:
Prof. Ing. Domenico Pianese

5 Marzo 2003

RELAZIONE ILLUSTRATIVA

PARTE I

Introduzione

1. PREMESSA

La Calenia Energia S.p.A. intende realizzare, nell'ambito del territorio comunale di Sparanise (CE) - area industriale "ex Pozzi" - una centrale termoelettrica. Gli scarichi provenienti da tale centrale, caratterizzati da una portata di 3.3 l/s e già depurati, andranno dapprima nella rete fognaria a servizio della suddetta area industriale e, da qui, nel Rio dei Lanzi, che defluisce nelle immediate vicinanze del sito di realizzazione della centrale.

Allo scopo di verificare la capacità, da parte del suddetto corso d'acqua, di smaltire senza alcun tipo di problema le acque provenienti dalla centrale, la Calenia Energia ha affidato allo scrivente Ing. Luigi Panico, Specializzato in Ingegneria Sanitaria ed Ambientale presso l'Università degli Studi di Napoli Federico II, l'incarico di redigere uno "Studio Idrologico volto alla valutazione della portata media e minima defluenti nel corso d'acqua denominato Rio dei Lanzi, nel tratto a cavallo dell'immissione degli scarichi della centrale termoelettrica di Calenia Energia".

Lo scrivente, stante la complessità delle determinazioni da effettuare, ha richiesto al Prof. Ing. Domenico Pianese, Ordinario di Costruzioni Idrauliche presso la Facoltà di Ingegneria dell'Università degli Studi di Napoli Federico II, già suo docente relativamente ai corsi di Idrologia e di Bonifiche e Sistemazioni Idrauliche, una serie suggerimenti sulle azioni da intraprendere al fine di soddisfare le richieste del Committente, e sugli approcci da utilizzare. Il prof. Pianese, che si coglie qui l'occasione di ringraziare fortemente per le sue indicazioni e per aver messo a disposizione la propria esperienza in materia, constatata la notevole rilevanza scientifica dell'argomento, che poteva essere affrontato e risolto solo con metodologie di analisi estremamente sofisticate, ha offerto, a titolo com-

pletamente gratuito, stante il suo forte interesse sullo specifico tema, la propria disponibilità ad assistere lo scrivente nelle sue attività.

Nella presente Relazione Illustrativa, suddivisa, per comodità di lettura, in quattro parti distinte, si descrivono le metodologie e le tecniche, piuttosto di avanguardia, utilizzate per la determinazione, dapprima, delle cosiddette "curve di probabilità pluviometriche" relative al bacino idrografico del Rio dei Lanzi; poi, gli approcci utilizzabili per la realizzazione di eventi meteorici statisticamente indistinguibili dalle precipitazioni che, effettivamente, si realizzano nell'area; infine, la metodologia utilizzata per la costruzione delle cosiddette curve di durata media delle portate, in base alle quali poter valutare le capacità autodepurative del corso d'acqua.

2. APPROCCIO ADOTTATO

La determinazione delle *curve di durata delle portate* può essere effettuata, per via diretta, solo allorquando risultano disponibili misure dirette di portata (eventualmente, attraverso misure idrometriche o idrometrografiche).

La determinazione per via indiretta basata, eventualmente, su tecniche di regionalizzazione, non appare francamente possibile, in quanto coinvolgerebbe aspetti (quali permeabilità a breve e media scala temporale) e caratteristiche peculiari (quali aree, configurazione morfologica, ecc.) che non è possibile "trasferire" in modo idoneo da un bacino all'altro.

Per il Rio dei Lanzi, non esistono, purtroppo misure dirette, per cui le suddette curve possono essere determinate solo in base ad un approccio basato sulla generazione di eventi meteorici statisticamente indistinguibili da quelli reali e, parallelamente, sull'utilizzazione di un idoneo modello di trasformazione delle precipitazioni meteoriche in deflussi di piena, di morbida e di magra.

Tanto premesso, nel presente studio idrologico, condotto con specifico riferimento al Rio dei Lanzi, vengono approfondite le metodologie e le tecniche utilizzate, per la risoluzione di due distinte problematiche, quali:

- a) la valutazione delle massime precipitazioni che possono verificarsi, con assegnata probabilità di superamento, in pre-assegnati intervalli di tempo di durata d ;
- b) la valutazione, per la sezione del Rio dei Lanzi posta immediatamente a monte dell'attraversamento della S.S.7 Appia, della *curva di durata media delle portate*, rappresentativa delle durate medie per cui assegnati valori delle portate defluenti in determinate sezioni di tronchi d'alveo sono superate.

Le problematiche connesse alla individuazione delle curve di probabilità pluviometriche sono affrontate nella Parte II della presente Relazione Illustrativa. Nella Parte III, vengono invece descritte le tecniche adottate per la generazione di campi di precipitazione statisticamente indistinguibili da quelle che possono, effettivamente, realizzarsi nell'area di studio. Infine, nella Parte IV, vengono descritte le problematiche connesse con la determinazione delle curve di durata delle portate defluenti nel tratto del Rio dei Lanzi immediatamente a valle dell'immissione degli scarichi provenienti dalla centrale termoelettrica della Calenia Energia.

3. VALUTAZIONE DELLA CURVA DI DURATA MEDIA DELLE PORTATE

Poiché, per il Rio dei Lanzi, mancano completamente misure idrometriche dirette, per la determinazione della curva media di durata delle portate si è dovuto fare riferimento ad una tecnica piuttosto innovativa, basata:

- a) sulla generazione, per $n = 20$ anni, di eventi meteorici del tutto simili a quelli che potrebbero andare ad interessare il bacino del Rio dei Lanzi;
- b) sulla valutazione, evento per evento, per la sezione di interesse, dell'idrogramma direttamente conseguente a ciascuno degli eventi meteorici precedentemente generati, tenendo in debito conto tanto il contributo derivante dal ruscellamento superficiale

che il contributo connesso all'aliquota del deflusso ipodermico che, molto verosimilmente, potrà poi andare a reimmettersi in alveo, per deflusso di falda, a monte della sezione di interesse;

- c) sulla valutazione, evento per evento, delle durate per cui preassegnati valori della portata defluente in alveo vengono superati;
- d) sulla valutazione, su base annua, delle durate complessive per cui le portate sono risultate al di sopra di preassegnati valori;
- e) sulla successiva individuazione, sulla base di $n=20$ andamenti possibili delle curve di durata delle portate, della *curva media di durata delle portate*, ottenuta mediante media aritmetica dei valori di durata valutati, per tutti i preassegnati valori della portata, con la procedura di cui ai punti da a) a d);

RELAZIONE ILLUSTRATIVA

PARTE II

Determinazione delle curve di probabilità pluviometriche relative al bacino idrografico del Rio dei Lanzi

1. PREMESSA

In assenza di misure dirette, la valutazione delle portate defluenti in un determinato tratto di un corso d'acqua può essere effettuata o ricorrendo a tecniche cosiddette di "regionalizzazione", a diversa scala spaziale, oppure a opportuni "modelli di trasformazione afflussi/deflussi".

Per il Rio dei Lanzi, come si è già avuto modo di dire, non risultano disponibili osservazioni idrometriche, per cui la valutazione delle portate defluenti può essere effettuata solo mediante una delle due tecniche indicate in precedenza.

Poiché, tuttavia, l'utilizzazione di una qualsivoglia tecnica di regionalizzazione presuppone una omogeneità dei comportamenti da parte di tutti i bacini ricadenti all'interno di un'ampia area, e la possibilità di effettuare delle regressioni multiple statisticamente consistenti e significative, tale possibilità appare, di fatto, preclusa dalla scarsità dei dati disponibili nella regione Campania, all'interno della quale risultano in funzione solo dodici stazioni idrometriche.

Pertanto, la strada che è apparsa più conveniente percorrere è stata quella basata sull'utilizzazione di eventi meteorici statisticamente plausibili e compatibili con le caratteristiche climatiche e meteorologiche dell'area, accoppiata all'uso di un idoneo modello di trasformazione di tali afflussi in deflussi superficiali e sub-superficiali.

Allo scopo di generare i suddetti eventi meteorici, risulta tuttavia necessario, innanzi tutto, individuare, con specifiche indagini, le cosiddette "curve di probabilità pluviometriche" relative all'area oggetto dello studio.

Queste curve rappresentano, come noto, l'espressione grafica della legge con cui il massimo annuale h_d dell'altezza di pioggia che può affluire al suolo in un intervallo di tempo di durata d varia con la durata e il *periodo di ritorno* T , dove per periodo di ritorno è da intendersi il numero medio di anni che bisogna attendere prima che il valore h_d assunto a base dei calcoli di dimensionamento/verifica venga superato.

E' possibile dimostrare che, indipendentemente dal tipo di modello probabilistico adottato, il valore $h_{d,T} = h_{d,T}(d, T)$ può essere stimato, per ciascuna durata d , attraverso un'espressione del tipo:

$$h_{d,T} = \xi_d \cdot K_T \quad (2.1)$$

nella quale ξ_d rappresenta un parametro centrale della distribuzione di probabilità delle h_d (ad esempio, la media o il valore modale), dipendente solo dalla durata d , mentre il fattore K_T , definito in gergo tecnico come *coefficiente di crescita col periodo di ritorno* T , viene a dipendere, oltre che da T , dallo specifico modello probabilistico utilizzato e dallo specifico parametro centrale preso a riferimento.

2. PROBLEMATICHE CONNESSE ALLA DETERMINAZIONE DI ξ_d E K_T

In generale, come si è già accennato in precedenza, la forma del legame

$$K_T = K_T(T) \quad (2.2)$$

dipende, per una data *regione omogenea rispetto ai massimi annuali dell'altezza di pioggia*, solo dal particolare modello probabilistico adottato e dallo specifico parametro ξ_d preso a riferimento.

In particolare, mentre per ogni T il valore di K_T risulta praticamente costante, dal punto di vista statistico, su zone molto ampie del territorio (dell'ordine delle migliaia di Km^2), il valore di ξ_d varia fortemente da zona a zona, per cause di natura climatica e, soprattutto, per effetto dell'orografia regionale.

Qualora, per l'intera area ricadente nel bacino idrografico del Rio dei Lanzi, si avesse a disposizione delle misure "dirette", in base alle quali ricavare i valori dei massimi annuali dell'altezza di pioggia in assegnate durate, una stima sufficientemente attendibile del parametro ξ_d potrebbe essere effettuata, a causa della sua scarsa variabilità campionaria, già in base pochi anni di osservazione.

Viceversa, l'affidabilità della stima dei parametri contenuti nell'espressione di K_T e, quindi, l'attendibilità stessa della stima di K_T , risulta fortemente condizionata dal ridotto numero di dati di norma a disposizione.

Di conseguenza, mentre la valutazione di K_T può essere di norma effettuata solo in base ad un'analisi regionale, condotta su due distinti livelli (*I e II Livello di analisi regionale*), la valutazione del parametro ξ_d va effettuata, in assenza di misure dirette di portata, tenendo conto, soprattutto, delle peculiarità proprie della specifica zona presa in esame.

Nello specifico caso preso a riferimento, non sono disponibili misure pluviografiche direttamente eseguite in sito.

Nel territorio circostante il bacino del Rio dei Lanzi risultano tuttavia disponibili i dati provenienti da numerose stazioni di misura, sia pluviografiche che pluviometriche. Tali dati possono essere utilizzati nell'ambito di un'analisi regionale di III livello volta a determinare come il parametro ξ_d va variando, da sito a sito, soprattutto in relazione alla quota sul livello del mare.

Tanto premesso, in quanto segue viene dapprima illustrata, brevemente, la metodologia utilizzata per la determinazione del coefficiente di crescita K_T a partire dai dati pluviometrici e pluviografici disponibili per la Regione Campania. Dopodiché, a partire da

dati pluviometrici a disposizione in una vasta area circostante il bacino del Rio dei Lanzi, viene illustrato l'approccio utilizzato per l'individuazione del legame di regressione esistente tra il parametro centrale ξ_d e la durata.

3. SCELTA DEL MODELLO PROBABILISTICO E DEL PARAMETRO ξ_d

La stima delle massime altezze di pioggia di assegnata durata corrispondenti ad assegnati valori del periodo di ritorno T può essere effettuata con diversi tipi di approcci. Tra questi, vengono spesso utilizzati il modello di Gumbel e il modello *T.C.E.V.*

Il primo (*Modello di Gumbel*), molto diffuso in campo tecnico per la sua capacità di prestarsi abbastanza efficacemente all'analisi dei massimi di una qualsiasi grandezza, quando applicato all'analisi dei massimi annuali delle altezze di pioggia, delle portate al colmo di piena e dei volumi di piena tende, di norma, a sottostimare i valori più elevati osservati nel passato (valori corrispondenti ai periodi di ritorno più elevati). Pertanto, la sua utilizzazione può dare luogo a qualche insuccesso allorquando sono da stimare valori di h_d per periodi di ritorno T notevolmente superiori al periodo di osservazione.

Il *modello T.C.E.V.* (Two-Components Extreme Value), adottato ormai quasi a livello istituzionale dal Dipartimento di Protezione Civile e dagli organi di consulenza del Consiglio Nazionale delle Ricerche, risolve, di fatto, una serie di inconvenienti resisi evidenti nell'utilizzazione del modello di Gumbel e, pertanto, risulta maggiormente rispondente alle esigenze di un'attenta valutazione delle portate al colmo di piena che possono defluire nei tronchi di un corso d'acqua.

Il modello *T.C.E.V.* costituisce, di fatto, una generalizzazione del modello di Gumbel. Esso risulta, infatti, costituito dal prodotto di due leggi di Gumbel, la prima delle quali destinata ad interpretare e descrivere, in chiave probabilistica, i massimi *ordinari* (vale a dire: tecnicamente possibili allorquando valutati alla luce di un normale modello di Gumbel) e, la seconda, quelli *straordinari* (aventi, secondo il classico modello di Gumbel., una probabilità di superamento inferiore del 5% e, quindi, talmente scarsa dal punto di vista tecnico da potersi ritenere *eccezionali*).

In base a tale modello, la massima altezza di pioggia corrispondente ad un assegnato valore del periodo di ritorno T può trarsi dall'espressione:

$$T = \frac{1}{1 - \exp \left[-\Lambda_1 e^{-\eta K_T} - \Lambda_* \Lambda_1^{1/\Theta_*} e^{-\eta K_T / \Theta_*} \right]} \quad (2.3)$$

nella quale

$$K_T = \frac{h_{d,T}}{\mu_{h_d}} \quad (2.4)$$

è il fattore di crescita col periodo di ritorno T , definito come il rapporto tra la massima altezza di pioggia $h_{d,T}$ corrispondente all'assegnato periodo di ritorno T e la media μ_{h_d} della distribuzione di probabilità della variabile h_d . Λ_* e Θ_* sono parametri adimensionali dipendenti solo dal coefficiente di asimmetria e, pertanto, stimabili solo sulla base di un'indagine regionale ad amplissima scala (*Analisi regionale di I Livello*), Λ_1 è il *numero medio di eventi meteorici indipendenti, di tipo ordinario*, che si determinano nella zona (e, pertanto, è una caratteristica climatica di una zona omogenea che può essere valutata, una volta noti Λ_* e Θ_* , attraverso un'*analisi regionale di II Livello*), ed η è un parametro strettamente dipendente da Λ_1 , Λ_* e Θ_* , attraverso un funzionale apparentemente semplice ma che, in realtà, coinvolge tutta una serie di considerazioni relative alle tecniche di stima dei parametri che non sembra qui opportuno richiamare per motivi di brevità ma che possono essere dedotti dalla vasta letteratura esistente nello specifico settore.

Più in particolare, risulta:

$$\eta = C + Ln \Lambda_1 - T_o \quad (2.5)$$

con $C = 0.57722..... =$ Costante di Eulero, e

$$T_o = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(-1)^j \Lambda_*^j \cdot \Gamma(j/\Theta_*)}{j!} \quad (2.6)$$

In virtù della (4), risulta

$$h_{d,T} = \mu_{h_d} \cdot K_T \quad (2.1')$$

Dal confronto della (2.5) con la (2.1), risultano, in definitiva

$$\xi_d = \mu_{h_d} \quad (2.7)$$

e

$$K_T = K_T(T, \Lambda_*, \Theta_*, \Lambda_1) \quad (2.8)$$

I valori di Λ_* e Θ_* validi per la regione Campania risultano essere, con riferimento alla variabile idrologica h_d , i seguenti (cfr. pag. 117 del volume "Valutazione delle piene in Campania", di Rossi & Villani, 1995):

$$\Lambda_* = 0.360 \quad (2.9')$$

e

$$\Theta_* = 2.136 \quad (2.10)$$

Per i bacini idrografici ricadenti nella Regione Campania, e, più in particolare, nella sottozona pluviometrica in esame, il valore di Λ_1 relativo alle massime altezze di pioggia è dato da

$$\Lambda_1 \cong 62.4 \quad (2.11)$$

4. DETERMINAZIONE DEL LEGAME DI REGRESSIONE TRA LA MEDIA μ_{h_d} E LA DURATA d

Per avere una valutazione sufficientemente affidabile delle modalità con cui la media dei massimi annuali dell'altezza di pioggia nella durata d va variando con d , si è ritenuto necessario fare riferimento ai dati provenienti da tutte e sole quelle stazioni che, ricadendo nelle vicinanze del bacino del Rio dei Lanzi, potessero fornire notizie preziose circa i valori massimi delle intensità medie di pioggia nella durata d . Più in particolare, le stazioni di misura prese a riferimento nelle analisi sono quelle riportate nella successiva Tabella 2.1.

Tabella 2.1 - Stazioni di misura prese a riferimento e loro caratteristiche principali

<i>N.</i>	<i>Stazione</i>	<i>N.</i> <i>SIMI</i>	<i>Quota</i> <i>(m</i> <i>s.m.m.)</i>	<i>Tipo di Stru-</i> <i>mento</i>	<i>Anni di</i> <i>Oss. Plu-</i> <i>viom.</i>
1	<i>Sessa Aurunca</i>	3693	204	<i>Pluviografo</i>	
2	<i>Roccamonfina</i>	3697	815	<i>Pluviografo</i>	
3	<i>Sparanise</i>	3700	111	<i>Pluviografo</i>	
4	<i>S.Andrea del Pizzone</i>	3701	300	<i>Pluviometro</i>	
5	<i>Mondragone</i>	3702	14	<i>Pluviografo</i>	
6	<i>Vairano Patenora</i>	3716	222	<i>Pluviografo</i>	

7	Pietramelara	3723	180	Pluviometro	
8	Dragoni	3732	105	Pluviometro	
9	Merangeli dei Liberi	3783	491	Pluviometro	
10	Caiazzo	3784	200	Pluviografo	
11	Capua	3785	50	Pluviometro	
12	Grazzanise	3786	11	Pluviometro	14
13	Caserta	3790	90	Pluviografo	63

Le stazioni considerate sono 13, di cui 7 pluviografiche (e, quindi, idonee a fornire informazioni sui valori massimi di pioggia verificatisi, anno per anno, in durate d anche inferiori alle 24 ore) e 6 pluviometriche (e, quindi, idonee a fornire informazioni solo per quanto riguarda la massima altezza di precipitazione che può verificarsi, nel corso di ciascun anno di osservazione, dalle ore 9.00 di un giorno alle ore 9.00 del giorno successivo - *massimo annuale dell'altezza di pioggia giornaliera* - e le massime altezze di pioggia che possono verificarsi dalle ore 9.00 di un giorno alle ore 9.00 di due giorni successivi, di tre giorni successivi, ecc. - *massimo annuale dell'altezza di pioggia in due o più giorni consecutivi*). Le caratteristiche principali di tali stazioni sono invece riportate nella stessa Tabella II precedentemente richiamata.

Le informazioni a scala giornaliera fornite dai due tipi di apparecchiature di misura (pluviografi e pluviometri) non risultano essere perfettamente congruenti, sebbene debba ritenersi che la diversità dei valori forniti debba necessariamente diminuire all'aumentare della durata d (in giorni) cui si fa riferimento. Ad esempio, poiché non è detto che il massimo annuale dell'altezza di pioggia di durata $d=24$ ore si verifichi nel periodo che va dalle ore 9.00 di un giorno alle ore 9.00 del giorno successivo, si avrà quasi sempre che il valore $h_{d=24 \text{ ore}}$ calcolato in base alla misura pluviografica risulti maggiore del valore $h_{d=1 \text{ giorno}}$ calcolato in base alla misura pluviometrica.

In Campania, il rapporto tra le medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia giornaliera e le medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia in 24 ore consecutive presenta un valore medio pari a circa 0.92 (Rossi e Villani, 1995). Di conseguenza, relativamente alle stazioni pluviometriche, per le quali risultano disponibili le sole stime delle medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia giornaliera, la stima delle medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia in 24 ore consecutive possono essere ottenute dalle precedenti moltiplicandole per il fattore di conversione 1.09.

I dati pluviometrici relativi alle singole stazioni di misura sono riportati nella successiva Tabella 2.2.

I dati raccolti in relazione alle stazioni pluviografiche sono invece riportati nelle successive Tabella 2.3 e 2.4. In particolare, nella Tabella 2.3 sono state riportate le *medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia in durate d pari a 1,3,6,12 e 24 ore*, così come traibili dagli Annali Idrologici pubblicati dal Servizio Idrografico e Mareografico Italiano.

Nella Tabella 2.4 sono riportate, invece, le *medie dei massimi annuali delle "altezze di pioggia di breve durata e notevole intensità"*, tratte dalle omonime tabelle presenti sugli Annali Idrologici. Esse sono state stimate dopo aver effettuato un controllo preliminare sulla congruenza dei dati a disposizione, avendo cura di fare riferimento a serie costituite, almeno, da cinque dati. In questo caso, le durate prese a riferimento sono minori dell'ora e pari a 10', 15', 20', 30', 40', 45' e 50'. Tali dati, pur essendo sicuramente meno attendibili di quelli da cui sono state ricavate le medie riportate nella Tabella IV, costituiscono gli unici in tal senso riportati negli Annali Idrologici e nelle altre pubblicazioni edite dal S.I.M.I. La loro utilizzazione consente, tuttavia, di stimare per via diretta, sebbene con un certo margine di errore, i massimi quantitativi di pioggia che possono affluire in durate inferiori all'ora.

Infine, in Tabella 2.5 sono riportati i valori delle medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia in 24 ore consecutive, così come deducibili indirettamente a partire dalle medie dei massimi annuali dell'altezza di pioggia giornaliera.

Tabella 2.2 – Medie dei massimi annuali dell'altezza di pioggia giornaliera, stimate a partire dalle osservazioni pluviometriche eseguite dal S.I.M.I.

N.	Stazione	Num. S.I.M.I.	Quota (m s.m.m.)	Anni di Osser.	$\bar{h}_{d=1\text{giorno}}$ (mm)
1	Sessa Aurunca	3693	204	--	--
2	Roccamonfina	3697	815	--	--
3	Sparanise	3700	111	--	--
4	S.Andrea del Pizzone	3701	300	58	69.317
5	Mondragone	3702	14	--	--
6	Vairano Patenora	3716	222	--	--
7	Pietramelara	3723	180	19	87.495
8	Dragoni	3732	105	24	69.162
9	Merangeli dei Liberi	3783	491	53	82.570
10	Caiazzo	3784	200	--	--
11	Capua	3785	50	67	60.604
12	Grazzanise	3786	11	33	77.339
13	Caserta	3790	90	--	--

Tabella 2.3 - Medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia nelle durate $d=1,3,6,12$ e 24 ore

Stazione	$\bar{h}_{d=1ora}$	$\bar{h}_{d=3ore}$	$\bar{h}_{d=6ore}$	$\bar{h}_{d=12ore}$	$\bar{h}_{d=24ore}$
<i>Roccamonfina</i>	30.507	44.907	58.987	73.107	104.627
<i>Sparanise</i>	28.837	40.200	50.541	59.156	73.407
<i>Mondragone</i>	26.942	38.225	47.917	60.042	76.425
<i>Caiazzo</i>	25.600	35.717	41.367	49.383	66.400
<i>Vairano Patenora</i>	28.756	41.400	53.889	71.111	92.111
<i>Capua Ponte Annibale</i>	23.982	33.127	40.055	49.436	64.291
<i>Caserta</i>	29.367	42.283	48.871	57.945	69.558

Tabella 2.4 - Medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia di notevole intensità e breve durata.

Stazione	$\bar{h}_{d=10'}$	$\bar{h}_{d=15'}$	$\bar{h}_{d=20'}$	$\bar{h}_{d=30'}$	$\bar{h}_{d=50'}$
<i>Caserta</i>	13.183	15.392	16.445	24.562	--

A partire da tali dati e da quelli riportati nelle Tabelle 2.2, 2.3 e 2.4, in base all'espressione $\mu_{i_d} = \frac{\mu_{h_d}}{d}$ possono facilmente trarsi le stime dei valori delle medie dei massimi annuali delle intensità medie di pioggia nelle singole durate per cui sono disponibili dati.

A partire da tali dati, si sono innanzi tutto individuati i tipi di modelli di regressione in base ai quali caratterizzare il legame esistente tra i valori dell'intensità media di pioggia μ_{i_d} , le durate d prese a riferimento e le quote z sul livello del mare relative alle singole stazioni di misura considerate. Successivamente, si è passati a stimare i parametri in essi contenuti.

Per quanto riguarda la forma del legame di regressione, si è fatto riferimento alle seguenti due espressioni:

$$\mu_{i_d} = \frac{I_o}{\left(1 + \frac{d}{d_c}\right)^{C+Dz}} \quad (2.12)$$

$$\mu_{i_d} = a \cdot d^{n-1} \quad (2.13)$$

La prima espressione presenta, rispetto alla seconda, molto più diffusa nel nostro Paese, i seguenti considerevoli vantaggi:

1. per durate $d \rightarrow 0$, risulta $\mu_{i_d} \rightarrow I_o$ e, quindi, anche per durate ridotte si ottengono valori non troppo elevati dell'intensità media di pioggia nella durata d ;
2. la derivata di μ_{i_d} rispetto a d si presenta continua in tutto l'intervallo di durate, il che la rende notevolmente più duttile nella ricerca della durata critica con un approccio variazionale;
3. compare direttamente la quota z sul livello del mare, mentre nel caso della (13) la dipendenza da z è implicita, in quanto contenuta, generalmente parlando, nel coefficiente a e nell'esponente n .

Posti:

$$Y = \log_{10} \mu_{i_d} \quad (2.14)$$

$$X_1 = \log_{10} \left(1 + \frac{d}{d_c} \right) \quad (2.15)$$

$$X_2 = z \log_{10} \left(1 + \frac{d}{d_c} \right) = zX_1 \quad (2.16)$$

$$A_0 = \log_{10} I_o \quad (2.17)$$

$$A_1 = -C \quad (2.18)$$

$$A_2 = -b \quad (2.19)$$

la (2.12) può scriversi nella forma

$$Y = A_o + A_1 X_1 + A_2 X_2 \quad (2.20)$$

nella quale le costanti A_i possono ricavarsi in base ad un modello di regressione lineare multipla, valutando per tentativi il valore del parametro d_c in corrispondenza del quale si ottiene la massima correlazione tra il modello ed i dati.

La massima correlazione tra i dati, le durate e le quote sul livello del mare si ottiene per un valore della durata caratteristica $d_c = 0.04$ ore.

In definitiva, l'espressione del legame $\mu_{i_d} = \mu_{i_d}(d)$ dato dalla (2.12) sarà:

$$\mu_{i_d} = \frac{176.44}{\left(1 + \frac{d}{0.04}\right)^{0.69869196038775 - 0.00005944787267 z}} \quad (2.21)$$

5. DETERMINAZIONE DELLE CURVE DI PROBABILITÀ PLUVIOMETRICHE

In base alle (2.21) risulta ormai possibile, mediante l'utilizzazione della (2.5), individuare e tracciare le curve di probabilità pluviometriche relative alla zona di interesse.

L'andamento dell'espressione (2.21) è riportato, per comodità di valutazione, nella sottostante Figura 2.2

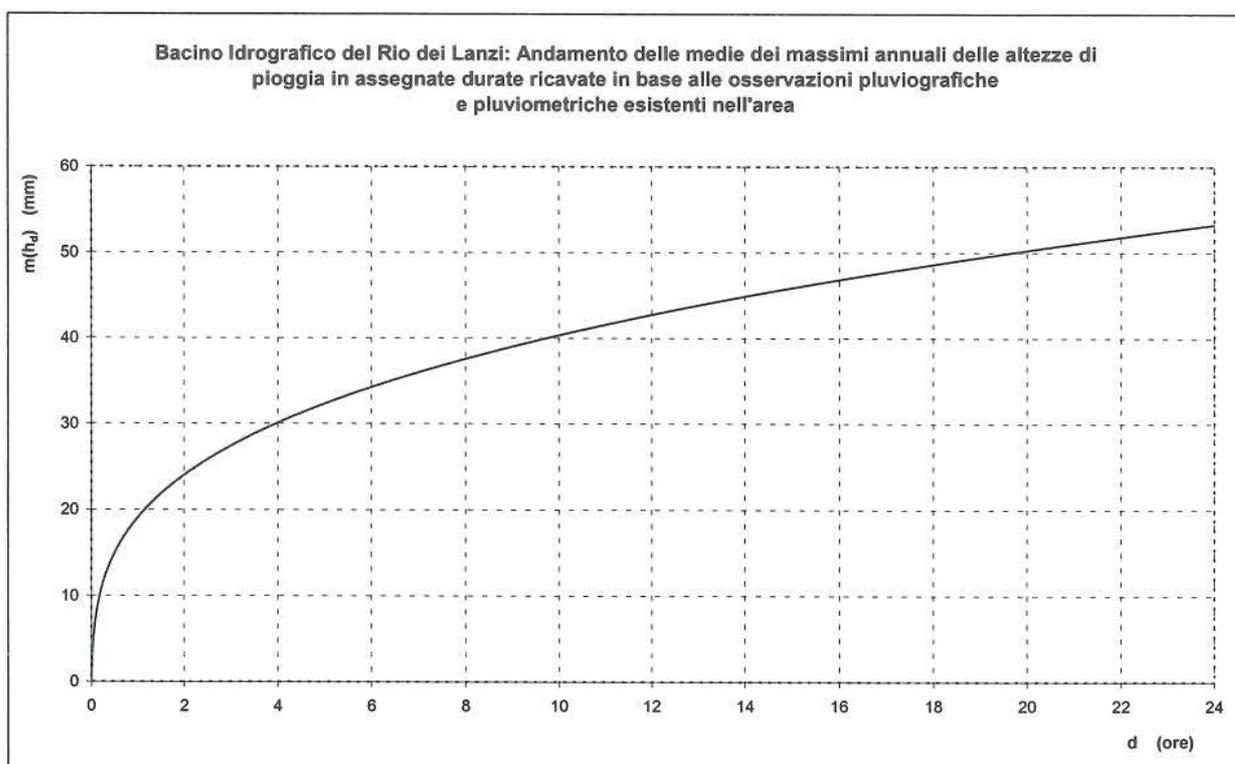


Figura 2.2 – Curve di probabilità pluviometriche tracciate con riferimento all'espressione (2.12)

RELAZIONE ILLUSTRATIVA

PARTE III

Generazione, su base annua, di eventi meteorici aventi caratteristiche statisticamente equivalenti a quelle degli eventi osservati nell'area di interesse

1. PREMESSA

Nella presente Parte III della Relazione Illustrativa si descrive la procedura utilizzata per la generazione stocastica di eventi meteorici statisticamente indistinguibili da quelli che, effettivamente, si realizzano nell'area in cui ricade il bacino idrografico del Rio dei Lanzi. In particolare, l'equivalenza statistica è stata assicurata (mediante calibrazione dei parametri del modello di generazione di eventi meteorici) sulla base del rispetto delle seguenti condizioni:

- a) ogni anno è suddivisibile in due sottoperiodi omogenei, ciascuno della durata di sei mesi, all'interno dei quali può ipotizzarsi che i parametri del modello risultino poco variabili nel tempo (1° sottoperiodo: dal 1° novembre di un anno al 30° aprile dell'anno successivo; 2° sottoperiodo: dal 1° maggio di un anno al 31 ottobre dello stesso anno);
- b) il numero medio di eventi meteorici in grado di dare luogo a massimi annuali dell'altezza di pioggia in assegnate durate è lo stesso di quello ricavabile dall'applicazione del modello di Gumbel relativamente all'area in esame: $\Lambda = 62.58$;
- c) gli eventi in grado di dare luogo ai massimi annuali delle altezze di pioggia in assegnate durate sono, di fatto, solo quelli che si verificano nel periodo "invernale";

- d) le medie, su più anni, dei massimi annuali delle altezze di pioggia in preassegnate durate, sia quando risultino valutate con l'approccio illustrato nel precedente capitolo 2, sia quando risultino stimate a partire dagli eventi generati con la tecnica di seguito illustrata, devono risultare pressoché coincidenti;
- e) la media, su più anni, dell'altezza di pioggia annua, sia quando valutata direttamente in base ai dati pluviografici e pluviometrici effettivamente disponibili, sia quando stimata come somme delle piogge generate, devono risultare pressoché coincidenti.

Pertanto, nei successivi sottoparagrafi si andranno a descrivere:

- a) l'approccio adottato per la generazione di eventi meteorici;
- b) alcuni confronti, di tipo statistico, tra i valori ottenuti in base alla tecnica di generazione utilizzata e i valori effettivamente osservati in sito.

2. GENERAZIONE STOCASTICA DI EVENTI METEORICI

2.1 Necessità di un approccio continuo

In talune circostanze, lo studio dei fenomeni di trasformazione degli afflussi meteorici in deflussi superficiali non può prescindere da una modellazione più articolata e dettagliata dei fenomeni di precipitazione, atta a rappresentare adeguatamente la complessa eterogeneità temporale e spaziale del fenomeno. Ad esempio, l'adozione di modelli di trasformazione afflussi-deflussi dotati di moduli di simulazione delle perdite idrologiche, dipendenti fortemente dalle condizioni iniziali di imbibizione del terreno (che, a loro volta, dipendono dalle precipitazioni antecedenti), comporta la necessità, invece di fare riferimento ai tradizionali ietogrammi sintetici di progetto, rappresentativi di eventi isolati, ad ingressi pluviometrici continui. D'altra parte, la brevità dei tempi critici dei bacini urbani e di molti bacini rurali comporta la necessità di simulare le precipitazioni con dati aggregati a scale temporali più ridotte di quelle normalmente disponibili nelle serie storiche. Per questo motivo, negli ultimi due decenni vi è stata una notevole produzione scien-

tifica che ha avuto, come tema principale, lo studio dei meccanismi fisici che sovrintendono alla formazione delle piogge, e l'inserimento della dinamica della precipitazione e degli aspetti meteorologici dei campi di pioggia osservati nella struttura dei modelli stocastici di simulazione. A tale scopo, sono stati elaborati modelli che cercano di riprodurre i caratteri salienti della perturbazione atmosferica, dalla scala sinottica alle celle temporalesche.

2.2. Caratteri fisici della precipitazione

L'obiettivo dei modelli stocastici a base concettuale è quello di incorporare, nella loro formulazione, quante più informazioni possibili sulla fenomenologia fisica che si intende schematizzare.

Prima di passare ad illustrare il tipo di modello stocastico preso a riferimento per la generazione di serie annuali di deflussi in alveo, si ritiene pertanto opportuno illustrare, seppur brevemente, alcune delle caratteristiche fisiche dei campi di pioggia osservate nel corso di numerosi studi meteorologici effettuati negli ultimi venticinque anni.

Nelle ultime tre decadi, l'osservazione meteorologica, a cui è affidato l'onere di una previsione affidabile delle precipitazioni, ha subito una notevole evoluzione. Recentemente, soprattutto in conseguenza dello sviluppo tecnologico dei satelliti meteorologici polari e geo-stazionari, si sono aperte nuove prospettive nel campo del monitoraggio dei corpi nuvolosi e della stima delle precipitazioni. I sensori montati a bordo dei suddetti satelliti sono costituiti da radiometri multispettrali misuranti la radianza emessa e/o riflessa dalla scena compresa nel loro campo di vista. Il satellite geostazionario più importante, per la posizione geografica dell'Italia, è il METEOSAT, dell'Agenzia Spaziale Europea (ESA), situato a 36000 km di quota, all'intersezione tra l'equatore e il meridiano di Greenwich. In seguito alle osservazioni da satellite, si è avuto modo di evidenziare alcune regolarità strutturali comuni alle differenti tipologie di precipitazione (cicloniche, convettive e orografiche).

La precipitazione, come è noto, ha origine dal raffreddamento in quota delle masse d'aria umida a causa di moti ascensionali prodotti, principalmente, da quattro meccanismi:

1. brusco sollevamento dell'aria dovuto all'incontro di questa con ostacoli orografici che ne forzano la risalita verso strati dell'atmosfera a minore temperatura;
2. presenza di gradienti di temperatura o di vapor d'acqua che possono originare, localmente, moti e precipitazioni di tipo convettivo;
3. sollevamento dell'aria dovuto alla presenza di moti convergenti del campo di vento;
4. formazione dei cosiddetti "sistemi frontali", che hanno origine dai cicloni extratropicali, dovuti all'esistenza di gradienti di pressione tra masse d'aria a temperature diverse.

Naturalmente, ciascun meccanismo tende a generare un determinato tipo di campo di precipitazione; tuttavia, come si vedrà in seguito, l'evidenza sperimentale ha mostrato l'esistenza, in comune, di diversi aspetti salienti.

L'esistenza di scale temporali particolari nei moti atmosferici è largamente nota alla comunità scientifica meteorologica: esse sono dovute, in parte, alla naturale variabilità dei cicli termici forzanti l'atmosfera e, in parte, all'instabilità intrinseca dei moti atmosferici.

Schematizzando l'atmosfera come un "*sistema dinamico*", esso risulta limitato dalla superficie terrestre, e sottoposto a sollecitazioni esterne, riconducibili all'insieme delle radiazioni solari e terrestri, dai flussi di calore e di umidità e dal momento generato dalla rotazione del contorno inferiore. Come in qualsiasi sistema meccanico, l'aspetto del sistema dipende non solo dal tipo e dalla distribuzione delle forze esterne, ma anche dalle caratteristiche di oscillazione libera (in particolare, dalle oscillazioni instabili) del sistema stesso, che risulta essere altamente non lineare a causa della marcata dipendenza delle caratteristiche di oscillazione dai flussi che forzano il sistema. L'analisi delle scale spaziali e temporali per le varie instabilità che si possono riscontrare sotto medesime condizioni esterne, mostra una grande variabilità delle stesse: da 1000 a 10 Km per la scala spaziale,

da circa 250 ore ad alcuni minuti primi per la scala temporale; ciò, però, è vero sotto l'ipotesi della separazione delle varie instabilità atmosferiche, possibile solo per condizioni esterne omogenee.

Per quanto riguarda il criterio della suddivisione per tipologia e scala dei fenomeni atmosferici, si ricorre ad una classificazione delle aree di precipitazione in relazione alla loro estensione orizzontale. Seguendo tale schematizzazione, recepita senza alcuna variazione di rilievo in tutti i lavori di letteratura successivi, si è evidenziata, a seguito di sistematiche osservazioni di perturbazioni di carattere ciclonico, l'esistenza delle seguenti organizzazioni spazio-temporali:

- *aree sinottiche* (SSA: "Synoptic Scale Areas"): aree di precipitazione con estensioni superiori a 10.000 km^2 , generalmente connesse ad un unico centro ciclonico, caratterizzate da nubi stratiformi con piogge leggere (di intensità inferiore ad 1 mm/h) ed un tempo di vita dell'ordine di alcuni giorni, senza alcun orientamento orizzontale preferito, e contenenti aree di dimensioni sempre minori ma con intensità di precipitazione crescenti, così come illustrato molto schematicamente in Figura 3.1;
- *aree subsinottiche* (LMSA: "Large Mesoscale Areas"): aree interne alle SSA con estensioni spaziali che variano dai 1.000 ai 10.000 km^2 , caratterizzate da precipitazioni più intense delle precedenti ($1-10 \text{ mm/h}$) e tempi di evoluzione di alcune ore; si presentano generalmente orientate secondo la direzione del fronte atmosferico;
- *celle di precipitazione* (RC: "Rain Cells"): aree di precipitazione convettiva, di dimensioni comprese tra i 10 e i 30 km^2 , all'interno delle LMSA; esse rappresentano la struttura di precipitazione più elementare identificabile tramite il monitoraggio radar, sono di rapida evoluzione nel tempo (da alcuni minuti a poco meno di un'ora), si sviluppano in tre successivi stadi, rappresentativi della formazione, maturazione e dissipazione della cella, producono intense precipitazioni ($10-100 \text{ mm/h}$) e possono trovarsi in un ambiente instabile connesso con la formazione dei cumulo-nubi di origine convettiva. Le celle di precipitazione raramente si presentano isolate; di norma, infatti, si presentano in gruppi ("*cluster*") isolati all'interno delle LMSA o all'interno di aree subsinottiche meno estese delle LMSA, che prendono il nome di SMSA ("Small

Mesoscale Areas"), di estensione variabile dai 100 ai 1000 Km² e tempi di evoluzione di alcune ore.

2.3 Modelli di generazione di campi di precipitazione

La generazione, nel tempo e nello spazio, di campi di precipitazione, può essere affrontata sia con approcci di tipo *deterministico* che di tipo *statistico*. Si è però dimostrato che con modelli matematici del primo tipo, che tengono conto di tutti i processi atmosferici della formazione degli afflussi, la simulazione è estremamente complicata ed ha un riscontro applicativo molto modesto; ne è un esempio il modello basato sulla teoria del "caos deterministico" proposto da Ghilardi (1988), che permette di accertare i livelli di stocasticità insiti nei fenomeni naturali ma è fortemente influenzato dalla conoscenza delle condizioni iniziali. Di conseguenza, a causa dei limiti di predicibilità e di risoluzione di scala temporale, è possibile solo un approccio di tipo statistico. In quanto segue, si illustreranno, brevemente, alcuni degli sviluppi più recentemente riportati in letteratura su tale tema.

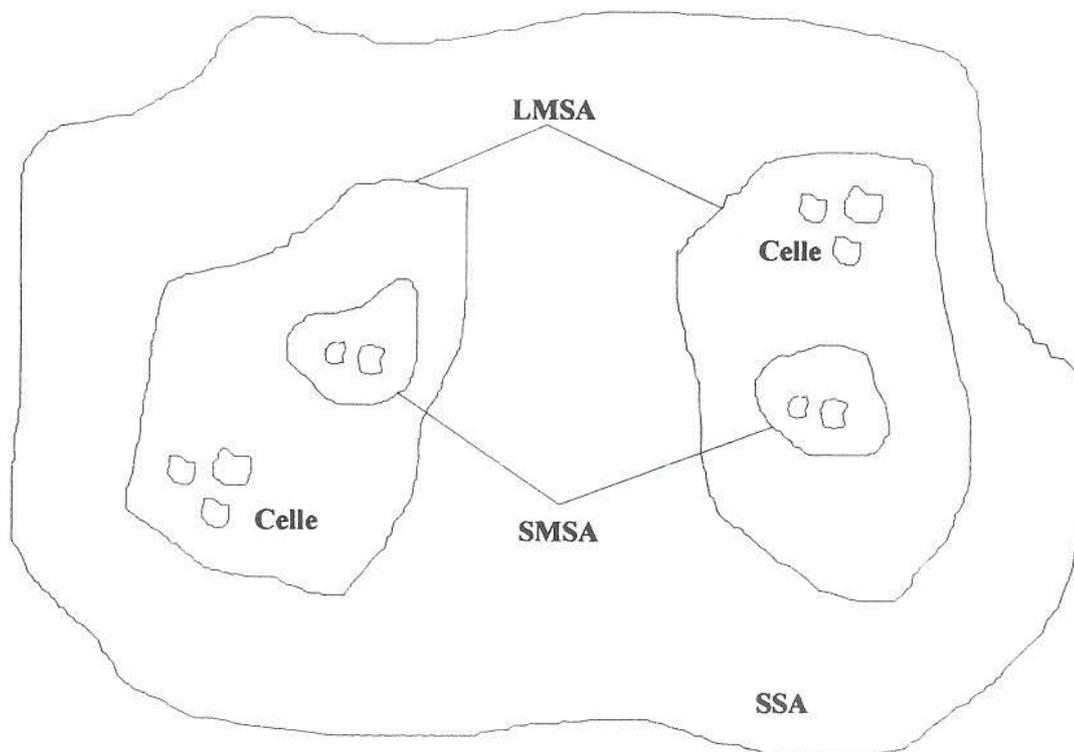


Figura 3.1 - Schematizzazione delle aree di precipitazione

A causa del carattere di intermittenza che regola il fenomeno piovoso (piove o non piove), la precipitazione può essere caratterizzata da due processi distinti:

1. processo di arrivo degli eventi meteorici;
2. processo che regola l'altezza di precipitazione associata a ciascun evento.

La modellazione del primo processo, cioè dell'arrivo degli eventi di pioggia, può avvenire, a sua volta, secondo tre diversi approcci:

- a) considerando le sequenze dei periodi asciutti e bagnati;
- b) con serie temporali discrete;
- c) con modelli di processi puntuali.

I primi due risalgono a studi non proprio recenti sul tema, e cadono spesso in difetto quando ci si riferisce a scale temporali piccole. Tra i modelli basati sulle serie temporali discrete, ricadono le catene di Markov del primo e del secondo ordine, che non consentono di descrivere la persistenza di lunghi periodi asciutti e nemmeno gli effetti di clustering, che manifestano le sequenze di pioggia aggregate su scale temporali piccole.

Per risolvere i problemi relativi ai modelli Markoviani, sono stati recentemente utilizzati anche modelli autoregressivi a medie mobili discreti, DARMA (Discrete Autoregressive Moving Average). Tali modelli possiedono una struttura autocorrelativa molto generale e possono, pertanto, fornire buone riproduzioni delle serie storiche di dati di pioggia. Tuttavia, hanno il grande svantaggio di non poter attribuire un preciso significato fisico ai vari parametri in gioco.

Il terzo approccio, basato sui processi stocastici puntuali, è risultato quello più interessante dal punto di vista idrologico ed è quello che verrà sviluppato nei prossimi paragrafi. I modelli puntuali di precipitazione hanno come obiettivo la descrizione dell'evoluzione temporale delle piogge verificatesi in un dato luogo. Essi sono costituiti,

essenzialmente, da due parti: nella prima viene modellato il manifestarsi degli eventi di pioggia nel tempo, mentre nella seconda si schematizza la singola precipitazione.

Per quanto riguarda la prima parte, sono stati proposti sia approcci basati sull'impiego dei classici processi poissoniani (Todorovic e Yevjevich, 1969), che approcci tendenti a riprodurre il caratteristico manifestarsi a gruppi (clusters) degli eventi di pioggia. In quest'ultimo caso, si è spesso fatto ricorso ad un tipo denominato Neyman-Scott (Kavvas e Delleur, 1981) o ad una sua variante, denominata Bartlett-Lewis (Rodriguez-Iturbe e al., 1987). In gran parte degli approcci suggeriti, si ipotizza il processo degli arrivi delle piogge omogeneo relativamente ad una stagione dell'anno (processo "temporalmente omogeneo"), e ben pochi sforzi sono stati indirizzati all'analisi della probabile ciclicità annuale del fenomeno (Kavvas e Delleur, 1975; Yevjevich e Dyer, 1983; Yevjevich e Harmancioglu, 1989). Ciò fa sì che i suddetti modelli possano essere applicati solo a sottoperiodi dell'anno entro i quali l'omogeneità temporale del processo degli arrivi sia approssimativamente verificata.

Facendo riferimento, invece, alla modellazione delle singole precipitazioni, sono stati fondamentalmente proposti due approcci. Il primo considera la singola pioggia come istantanea (processo "White Noise" o "a Rumore Bianco") mentre il secondo la descrive come un impulso di durata finita o infinita ed intensità costante (processo "Rectangular Pulse"). I più noti modelli di questo tipo sono, senz'altro, quelli di Neyman-Scott (N-S) e Bartlett-Lewis (B-L) ad impulsi rettangolari. In entrambi la precipitazione è rappresentata da una schematizzazione abbastanza semplice, ipotizzando che ad ogni evento di pioggia possa essere associato un meccanismo generatore, chiamato *origine dell'evento* (il quale potrebbe coincidere con l'arrivo di un fronte atmosferico) che innesci l'origine di diverse celle elementari di precipitazione.

In forma del tutto generale, detto $N(t)$ il processo di conteggio delle origini degli eventi di pioggia, e detta $X_{t_0}(\tau)$ l'intensità relativa all'evento di pioggia avente origine al generico istante t_0 e valutata dopo che sia trascorso un tempo τ (v. Figura 3.2) l'intensità della precipitazione al tempo t è fornita dall'integrale stocastico:

$$Y(t) = \int_{\tau=0}^{\infty} X_{t-\tau}(\tau) dN(t-\tau) \quad (3.1)$$

Nelle applicazioni pratiche, sia per la struttura dei dati disponibili sia per gli obiettivi che si intende perseguire, si fa riferimento all'altezza di pioggia cumulata in un assegnato intervallo di tempo, che è esplicitabile come:

$$A_{\Delta\tau} = \int_{t=(n-1)\Delta\tau}^{n\Delta\tau} dt \int_{\tau=0}^{\infty} X_{t-\tau}(\tau) dN(t-\tau) \quad (3.2)$$

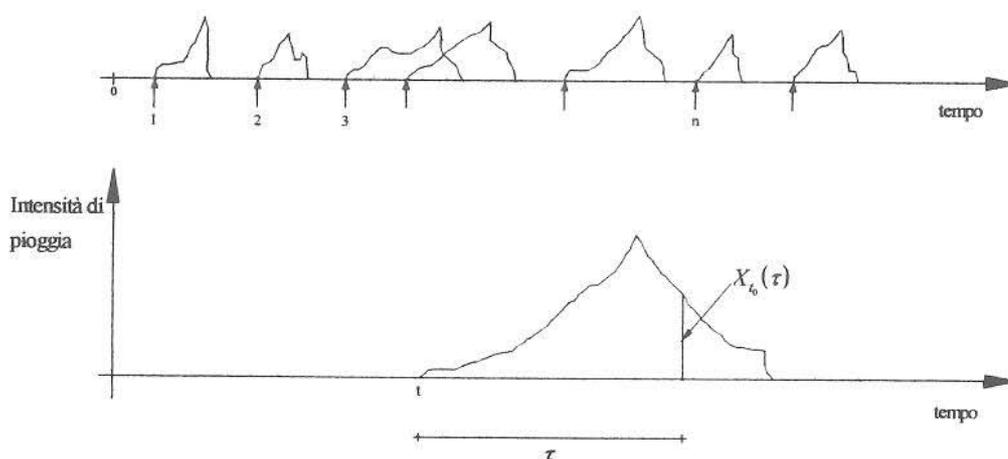


Figura 3.2 - Rappresentazione del processo degli arrivi delle precipitazioni e schematizzazione del singolo evento di pioggia.

2.4. Il modello stocastico di precipitazione preso a riferimento per la generazione di eventi meteorici

I modelli stocastici puntuali proposti in letteratura per la rappresentazione della precipitazione nel tempo sono molto numerosi, spaziando dai semplici processi poissoniani ad impulsi rettangolari a quelli leggermente più complicati, di tipo cluster. Una loro disamina, seppure condotta in modo molto veloce e succinto, richiederebbe spazi editoriali affatto contenibili nell'ambito di una relazione molto finalizzata quale vuole essere la presente. Pertanto, richiamate brevemente le diverse tipologie di modelli disponibili in

letteratura, nelle pagine che seguono sarà illustrato solo il modello specificamente utilizzato, nell'ambito del presente studio, per la generazione degli eventi meteorici.

2.5. I principali modelli di precipitazione proposti in letteratura

Rinviando alle oramai numerose pubblicazioni specialistiche sull'argomento, è possibile effettuare una prima grossolana suddivisione dei modelli proposti in letteratura in quattro classi: *modelli poissoniani ad impulsi istantanei* (denominati *PWN - Poisson White Noise*) e *modelli poissoniani ad impulsi rettangolari* (denominati *PRP - Poisson Rectangular Pulses*), *modelli ad impulsi istantanei di tipo cluster* e *modelli ad impulsi rettangolari di tipo cluster*. Ciascuna di queste classi di modelli può, poi, essere ulteriormente suddivisa in sottoclassi, in relazione alle ipotesi via via avanzate sul tipo di modello probabilistico da adottare per la generazione delle diverse variabili aleatorie coinvolte nel fenomeno (altezza di pioggia, numero di eventi meteorici, ecc.). Indipendentemente dal tipo di modello utilizzato, l'ipotesi a base della loro formulazione è, comunque, la *stazionarietà* del processo.

Tra i modelli proposti in letteratura, quello che, meglio di altri, appare in grado di descrivere accuratamente il processo di formazione delle precipitazioni è il modello cosiddetto *NSWN (Neymann-Scott Rectangular Noise)*. Tale modello, tuttavia, contiene numerosi parametri, di non semplice calibrazione. Ciò nonostante, esso è attualmente impiegato in modo diffuso, soprattutto perché in grado di descrivere, con un approccio fisicamente basato, i processi che sovrintendono alla formazione degli eventi meteorici e alla loro variabilità in termini di intensità istantanea e di durata complessiva. Per tale motivo, è quello qui utilizzato, previa calibrazione dei suoi parametri, per la generazione degli eventi meteorici che possono svilupparsi, per più anni, in diversi periodi dell'anno.

2.5.1. Modelli ad impulsi istantanei di tipo cluster

L'incapacità, dello schema ad eventi poissoniani indipendenti, di descrivere il processo fisico e, in particolare, la sua struttura di dipendenza temporale, ha suggerito

l'utilizzo di modelli di tipo cluster, anch'essi formulati nell'ambito della teoria dei processi puntuali (Cox e Isham, 1980).

Tali modelli differiscono da quelli poissoniani a semplici impulsi rettangolari nella caratterizzazione della struttura dell'evento meteorico.

La successione degli eventi di precipitazione è descritta, ancora, da un processo di arrivi poissoniano, a ciascuno dei quali è associato non più un solo impulso, ma appunto, un *cluster* di impulsi distribuiti attorno all'origine, o centro, del cluster. Gli impulsi del cluster, assunti istantanei, di altezza aleatoria, rappresentano, nella concettualizzazione, il fenomeno fisico di formazione delle celle di pioggia. La struttura dell'evento è, dunque, identificata da una sequenza di impulsi istantanei che dà origine al profilo dell'evento. Nella Figura 3.3 è riportata, molto schematicamente, nei suoi cinque passi fondamentali, la costruzione del modello di tipo cluster ad impulsi istantanei. Il primo riguarda l'arrivo dell'evento meteorico (corrispondente al passaggio, sopra il punto in questione, di una LMSA o di una SMSA); si assume, di norma, che sia un processo poissoniano omogeneo a regolare l'arrivo nel tempo. In corrispondenza di ciascun evento vengono generate un numero di celle di precipitazione che formano il cluster. Vengono, successivamente, generate le intensità di ciascuna cella, in base ad opportune funzioni di densità di probabilità (ad esempio, quella esponenziale); infine, il processo puntuale rappresentativo dell'intensità di precipitazione totale in un punto è la somma delle intensità delle celle attive in quel punto.

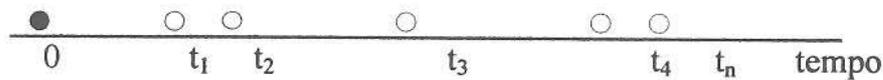
1) L'origine degli eventi si sviluppa secondo un processo di Poisson



2) Ciascun evento genera un numero casuale di celle di pioggia



3) Il tempo intercorrente tra l'arrivo della perturbazione e le singole celle segue un processo di Poisson



4) L'intensità di ciascuna cella di pioggia è distribuita esponenzialmente

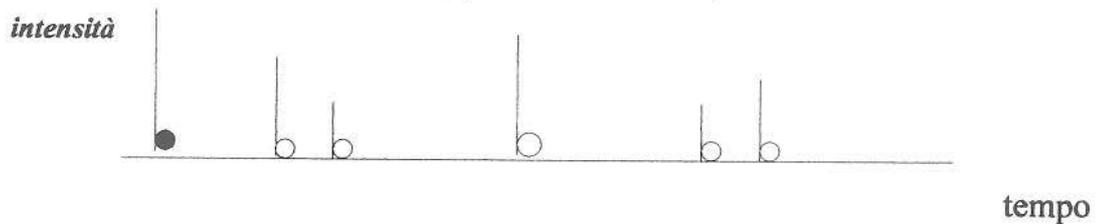


Figura 3.3 – Schematizzazione dei modelli cluster ad impulsi rettangolari

2.5.2. Modelli Neyman-Scott White Noise

I modelli, denominati NSRP ("Neyman-Scott White Noise"), nel loro impiego in ambito idrologico, schematizzano il manifestarsi delle piogge mediante un duplice processo di arrivi. Il primo, che tende a descrivere il numero di perturbazioni che si presentano in un dato intervallo di tempo Δt , utilizza una variabile aleatoria S distribuita, ancora, secondo la legge di Poisson con parametro λ_s costante nel tempo:

$$p_s(s) = \frac{(\lambda_s \Delta t)^s}{s!} e^{-\lambda_s \Delta t} \quad \lambda_s > 0 \quad s = 0, 1, \dots \quad (3.3)$$

Ad ogni perturbazione viene poi associato un secondo processo di arrivi che schematizza il manifestarsi delle singole piogge e che è caratterizzato da due variabili aleatorie B e W indipendenti tra di loro e da S . La prima, B , descrive il numero casuale di celle di pioggia associate ad ogni perturbazione. Tale variabile casuale, a seconda della distribuzione di probabilità per essa adottata, dà luogo a due diverse versioni del modello *NSWN*. La seconda variabile aleatoria, W , che esprime il tempo intercorrente tra l'arrivo

della perturbazione ed il verificarsi delle singole piogge, si suppone segua una distribuzione di probabilità esponenziale con media pari a

$$F_w(w) = 1 - e^{-\beta_w w} \quad \text{con } \beta_w > 0; w > 0 \quad (3.4)$$

Il modello è infine completato, adottando, per le precipitazioni, lo schema di pioggia istantanea di altezza H utilizzato anche per il modello PWN versione 1, che segue una distribuzione di probabilità esponenziale con parametro β_h :

$$F_i(i) = 1 - e^{-\beta_h i} \quad \beta_h > 0 \quad i > 0 \quad (3.5)$$

2.5.2.1. Modello NSWN versione 1

Nella versione 1, la variabile aleatoria B segue una distribuzione di probabilità geometrica con parametro θ_b :

$$F_B(b) = 1 - (1 - \theta_b)^b \quad 0 < \theta_b < 1 \quad b = 1, 2, \dots \quad (3.6)$$

In tal caso, le statistiche della variabile aleatoria $A_{\Delta\tau}$, quali la media e la varianza, sono esprimibili in funzione dei parametri λ_s , θ_b , β_w e β_h tramite le seguenti espressioni:

$$\mu_A = \frac{\lambda_s \Delta\tau}{\beta_h \theta_b}; \quad \sigma_A^2 = \frac{2\lambda_s \Delta\tau}{\beta_h^2 \theta_b} \chi'_1 \quad (3.7)$$

dove:

$$\chi'_1 = 1 + \frac{\varphi_w}{\varphi_w + \psi_w} \quad (3.8)$$

in cui:

$$\varphi_w = \beta_w \Delta\tau - \psi_w \quad (3.9)$$

$$\psi_w = 1 - e^{-\beta_w \Delta\tau} \quad (3.10)$$

La funzione di autocorrelazione dipende dalla sola coppia di parametri Θ_b , β_w e vale:

$$\rho_{A,k} = \frac{\chi'_1 - 1}{2\chi'_1} \cdot \frac{\psi_w^2 (1 - \psi_w)^{k-1}}{\varphi_w} \quad k = 1, 2, \dots \quad (3.11)$$

La stima dei parametri λ_s , Θ_b , β_w e β_h , basata sul metodo dei momenti con $\hat{\mu}_A = m_A$, $\hat{\sigma}_A^2 = s_A^2$ e $\hat{\rho}_{A,1} = r_{A,1}$, $\hat{\rho}_{A,2} = r_{A,2}$ conduce alle seguenti espressioni:

$$\hat{\lambda}_s = \frac{2\hat{\mu}_A^2}{\hat{\sigma}_A^2 \Delta \tau} \left(1 - \frac{1}{\eta'_1} \right); \quad \hat{\theta}_b = 1 - \frac{\xi'_1}{\eta'_1}; \quad (3.12)$$

$$\hat{\beta}_w = \frac{1}{\Delta \tau} \ln P_A; \quad \hat{\beta}_h = \frac{2\hat{\mu}_A}{\hat{\sigma}_A^2} \cdot \frac{\eta'_1 - 1}{\eta'_1 - \xi'_1} \quad (3.13)$$

in cui $P_A = \hat{\rho}_{A,1} / \hat{\rho}_{A,2}$

e:

$$\eta'_1 = 1 + \frac{P_A - 1}{2P_A \hat{\rho}_{A,1}} \quad (3.14)$$

$$\xi'_1 = \frac{P_A}{P_A - 1} \ln P_A \quad (3.15)$$

Volendo, invece, stimare i parametri θ_b e β_w minimizzando la funzione Θ definita nell'equazione

$$\Theta = \sum_{k=1}^{N_k} w_k (\rho_{A,k} - \hat{\rho}_{A,k})^2 \quad (3.16)$$

ferma restando la stima di media, varianza e coefficienti di autocorrelazione basata sui corrispondenti valori campionari, si giunge alle stime:

$$\hat{\beta}_w : E'_1 = E'_0 \quad (3.17)$$

$$\hat{\lambda}_s = \frac{2\hat{\mu}_A^2}{\hat{\sigma}_A^2 \Delta \tau} \left(1 - \frac{1}{\eta'_2}\right); \quad \hat{\theta}_b = 1 - \frac{\xi'_2}{\eta'_2}; \quad \hat{\beta}_h = \frac{2\hat{\mu}_A}{\hat{\sigma}_A^2} \cdot \frac{\eta'_2 - 1}{\eta'_2 - \xi'_2} \quad (3.18)$$

dove: $\eta'_2 = 1 + \psi_w E'_0 / 2$; $\xi'_2 = 1 + \varphi_w / \psi_w$

in cui:

$$E'_m = \frac{\sum_{k=1}^{N_k} w_k k^m \Lambda_{wk}^2}{\sum_{k=1}^{N_k} w_k k^m \hat{\rho}_{A,k} \Lambda_{wk}} \quad m = 0, 1, \dots \quad (3.19)$$

con $\Lambda_{wk} = \psi_w^2 (1 - \psi_w)^{k-1} / \varphi_w$ (3.20)

2.5.2.2 Modello NSWN versione 2

Nella versione 2, la variabile aleatoria B segue una distribuzione di probabilità di Poisson. Tuttavia, volendo escludere la possibilità che nessun evento di pioggia risulti associato ad una perturbazione, è più corretto ipotizzare che sia la variabile aleatoria $B-1$ a seguire una distribuzione di Poisson con parametro ν_{b-1} cosicchè sia:

$$p_B(b) = \frac{(\nu_{b-1})^{b-1}}{(b-1)!} e^{-\nu_{b-1}} \quad \nu_{b-1} > 0 \quad b = 1, 2, \dots \quad (3.21)$$

in cui ν_{b-1} rappresenta il numero medio di eventi di pioggia associati ad ogni perturbazione.

Le statistiche della variabile aleatoria $A_{\Delta\tau}$ valgono:

$$\mu_A = \frac{\lambda_s \Delta\tau}{\beta_h} (1 + \nu_{b-1}) \quad (3.22)$$

$$\sigma_A^2 = \frac{2\lambda_s \Delta\tau}{\beta_h^2} (1 + \nu_{b-1}) \chi_2' \quad (3.23)$$

in cui:

$$\chi_2'' = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varphi_w}{\varphi_w + \psi_w} \cdot \frac{\nu_{b-1} (2 + \nu_{b-1})}{1 + \nu_{b-1}} \quad (3.24)$$

La funzione di autocorrelazione assume la forma:

$$\rho_{A,k} = \frac{\chi_2' - 1}{2\chi_2'} \cdot \frac{\psi_w^2 (1 - \psi_w)^{k-1}}{\varphi_w} \quad k = 1, 2, \dots \quad (3.25)$$

La stima dei parametri λ_s , Θ_b , β_w e β_h , basata sul metodo dei momenti con $\hat{\mu}_A = m_A$,

$\hat{\sigma}_A^2 = s_A^2$ e $\hat{\rho}_{A,1} = r_{A,1}$, $\hat{\rho}_{A,2} = r_{A,2}$ conduce alle seguenti espressioni:

$$\hat{\lambda}_s = \frac{2\hat{\mu}_A^2}{\hat{\sigma}_A^2 \Delta\tau k_1'} \cdot \frac{\eta_1' - 1}{\xi_1'} ; \quad \hat{\nu}_{b-1} = \frac{\xi_1'}{\eta_1' - \xi_1'} k_1' - 1; \quad (3.26)$$

$$\hat{\beta}_h = \frac{2\hat{\mu}_A}{\hat{\sigma}_A^2} \cdot \frac{\eta_1' - 1}{\eta_1' - \xi_1'} ; \quad \hat{\beta}_w = \frac{1}{\Delta\tau} \ln P_A \quad (3.27)$$

in cui:

$$k'_1 = 1 + \sqrt{1 + \left[\frac{(\eta'_1 - \xi'_1)}{\xi'_1} \right]^2} \quad (3.28)$$

Il metodo di stima basato sulla minimizzazione della funzione Θ , sotto le condizioni già descritte in precedenza, porta alle relazioni:

$$\hat{\beta}_w : E'_1 = E'_0 \quad (3.29)$$

$$\hat{\lambda}_s = \frac{2\hat{\mu}_A^2}{\hat{\sigma}_A^2 \Delta tk'_2} \cdot \frac{\eta'_2 - 1}{\xi'_2} ; \quad \hat{v}_{b-1} = \frac{\xi'_2}{\eta'_2 - \xi'_2} k'_2 - 1 ; \quad \hat{\beta}_h = \frac{2\hat{\mu}_A}{\hat{\sigma}_A^2} \cdot \frac{\eta'_2 - 1}{\eta'_2 - \xi'_2} ; \quad (3.30)$$

con:

$$k'_2 = 1 + \sqrt{1 + \left[\frac{(\eta'_2 - \xi'_2)}{\xi'_2} \right]^2} \quad (3.31)$$

2.5.3 Modello ad impulsi rettangolari di tipo cluster

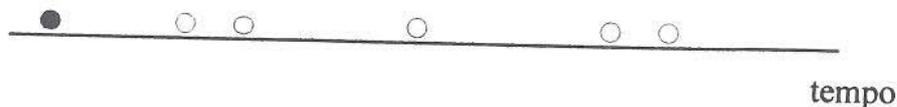
In analogia con quanto si può fare per il modello *PWN*, anche per il modello *NSWN* è possibile, mantenendo inalterata la descrizione del manifestarsi delle precipitazioni, sostituire la schematizzazione di pioggia istantanea con quella di durata D e intensità I costante. La successione degli eventi di precipitazione è descritta, dunque, ancora da un processo di arrivi poissoniano, a ciascuno dei quali è associato non più un solo impulso, ma appunto, un cluster di impulsi distribuiti attorno all'origine, o centro, del cluster. Gli impulsi del cluster, assunti rettangolari, di durata ed altezza aleatoria, rappresentano, nella concettualizzazione, il fenomeno fisico di formazione delle celle di piogge. La struttura dell'evento è, dunque, identificata da una sequenza di celle rettangolari, la cui tendenza a sovrapporsi dà origine al cluster di precipitazione, ovvero al profilo dell'evento. Due modelli di questo tipo sono stati proposti e studiati da Rodriguez-Iturbe e al. (1987), precisamente, quelli denominati "Neyman-Scott" e "Bartlett-Lewis". Nella Figura 3.4 è riportata, come nel caso precedente, nei suoi sei passi fondamentali, la costruzione dei modelli di tipo cluster ad impulsi rettangolari. Il primo riguarda sempre l'arrivo dell'evento meteorico (corrispondente al passaggio, sopra il punto in questione, di una LMSA o di una

SMSA) e si assume, di norma, che sia un processo poissoniano omogeneo a regolare l'arrivo nel tempo. In corrispondenza di ciascun evento vengono generate un numero di celle di precipitazione che formano il cluster; a seconda delle modalità di generazione delle celle, si distinguono i due processi Neyman-Scott (N-S) e Bartlett- Lewis (B-L). Nei processi del tipo N-S sono le distanze tra l'arrivo dell'evento e l'inizio delle singole celle ad essere variabili casuali indipendenti e identicamente distribuite, mentre per i processi del tipo B-L lo sono le distanze tra le due celle consecutive. Vengono, successivamente, generate le durate e le intensità di ciascuna cella, in base ad opportune funzioni di densità di probabilità (ad esempio, quella esponenziale); infine, il processo puntuale rappresentativo dell'intensità di precipitazione totale in un punto è la somma delle intensità delle celle attive in quel punto.

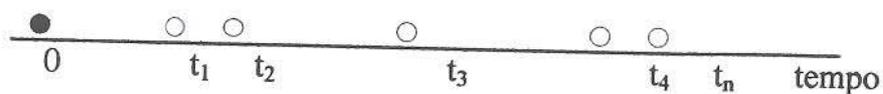
1) L'origine degli eventi arriva secondo un processo di Poisson



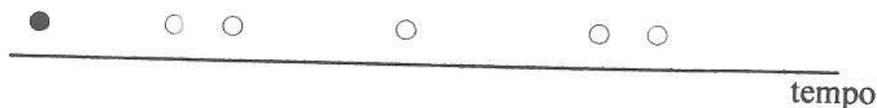
2) Ciascun evento genera un numero casuale di celle di pioggia



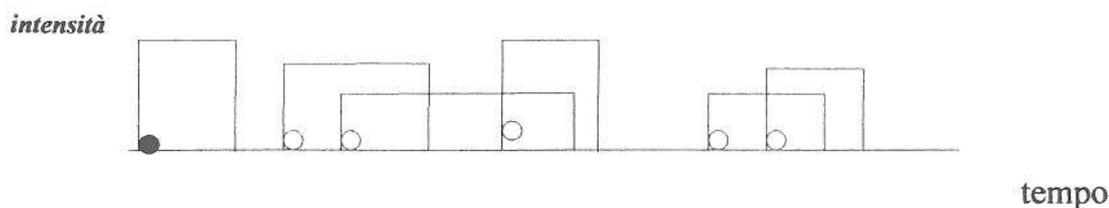
3) Il tempo intercorrente tra l'arrivo della perturbazione e le singole celle segue un processo di Poisson



4) La durata di ciascuna cella di pioggia è distribuita esponenzialmente



5) L'intensità di ciascuna cella di pioggia è distribuita esponenzialmente



6) L'intensità totale in un punto è la somma delle intensità delle celle attive nel punto

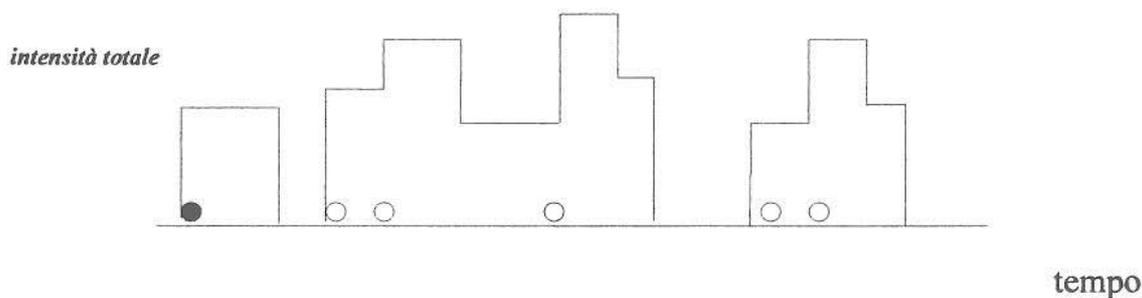


Figura 3.4 - Schematizzazione dei modelli cluster ad impulsi rettangolari

2.5.4 Modelli Neyman-Scott Rectangular Pulses

I modelli, denominati NSRP (*"Neyman-Scott Rectangular Pulses"*), nel loro impiego in ambito idrologico, schematizzano il manifestarsi delle piogge mediante un duplice processo di arrivi. Il primo, che tende a descrivere il numero di perturbazioni che si presentano in un dato intervallo di tempo $\Delta\tau$, utilizza una variabile aleatoria S distribuita ancora secondo la legge di Poisson con parametro λ_s costante nel tempo:

$$p_s(s) = \frac{(\lambda_s \Delta t)^s}{s!} e^{-\lambda_s \Delta t} \quad \lambda_s > 0 \quad s = 0, 1, \dots \quad (3.32)$$

Ad ogni perturbazione viene poi associato un secondo processo di arrivi che schematizza il manifestarsi delle singole piogge e che è caratterizzato da due variabili aleatorie, B e W , indipendenti tra di loro e da S .

La prima, B , descrive il numero casuale di celle di pioggia associate ad ogni perturbazione. Tale variabile casuale, a seconda della distribuzione di probabilità per essa adottata, dà luogo a due diverse versioni del modello *NSRP*.

La seconda variabile aleatoria, W , che esprime il tempo intercorrente tra l'arrivo della perturbazione ed il verificarsi delle singole piogge, si suppone segua una distribuzione di probabilità esponenziale con media pari a

$$F_w(w) = 1 - e^{-\beta_w w} \quad \text{con } \beta_w > 0; w > 0 \quad (3.33)$$

in cui il tempo medio di interarrivo è pari a $\mu_w = 1/\beta_w$

Il modello è infine completato adottando, per le precipitazioni, lo schema di pioggia ad impulso rettangolare di intensità I e di durata D , utilizzato anche per il modello PRP versione 1, e che segue una distribuzione di probabilità esponenziale per entrambe le variabili aleatorie, rispettivamente, con parametro β_i e β_d :

$$F_i(i) = 1 - e^{-\beta_i i} \quad \beta_i > 0 \quad i > 0 \quad (3.34)$$

$$F_d(d) = 1 - e^{-\beta_d d} \quad \beta_d > 0 \quad d > 0 \quad (3.35)$$

in cui l'intensità media di pioggia è pari a $1/\beta_i$, mentre la durata media di pioggia è pari a $1/\beta_d$.

2.5.4.1 Modelli *NSRP* versione 1

Nella versione 1, la variabile aleatoria B segue una distribuzione di probabilità geometrica, con parametro θ_b :

$$F_B(b) = 1 - (1 - \theta_b)^b \quad 0 < \theta_b < 1 \quad b = 1, 2, \dots \quad (3.36)$$

In tal caso, le statistiche della variabile aleatoria $A_{\Delta\tau}$, quali la media e la varianza, sono esprimibili in funzione dei parametri λ_s , Θ_b , β_w , β_i e β_d tramite le seguenti espressioni:

$$\mu_A = \frac{\lambda_s \Delta\tau}{\beta_i \beta_d \theta_b} ; \quad \sigma_A^2 = \frac{4\lambda_s}{\beta_i^2 \beta_d^3 \theta_b} \cdot \frac{\chi_1''}{\varepsilon_1} \varphi_w ; \quad (3.37)$$

dove:

$$\chi_1'' = 1 + (\varepsilon_1 - \gamma_0^3) \varphi_d / \varphi_w \quad (3.38)$$

$$\varepsilon_1 = 2\gamma_0(1 - \gamma_0^2) \cdot \frac{\theta_b}{1 - \theta_b} \quad (3.39)$$

$$\text{in cui: } \gamma_0 = \beta_w / \beta_d \quad (3.40)$$

La funzione di autocorrelazione dipende dalla terna di parametri Θ_b , β_w , e β_d vale:

$$\rho_{A,k} = \frac{1}{2\chi_1''} \left[(\chi_1'' - 1) \frac{\psi_d^2 (1 - \psi_d)^{k-1}}{\varphi_d} + \frac{\psi_w^2 (1 - \psi_w)^{k-1}}{\varphi_w} \right] \quad k = 1, 2, \dots \quad (3.41)$$

La stima dei parametri λ_s , Θ_b , β_w , β_i e β_d basata sul metodo dei momenti con $\hat{\mu}_A = m_A$, $\hat{\sigma}_A^2 = s_A^2$ e $\hat{\rho}_{A,1} = r_{A,1}$, $\hat{\rho}_{A,2} = r_{A,2}$ conduce alle seguenti espressioni:

$$\hat{\lambda}_s = \frac{4\hat{\mu}_A^2}{\hat{\sigma}_A^2 (\Delta\tau)^2 \hat{\beta}_d} \left(1 - \frac{1}{\eta_1''} \right) ; \quad \hat{\theta}_b = 1 - \frac{\xi_1''}{\eta_1''} ; \quad \hat{\beta}_i = \frac{4\hat{\mu}_A}{\hat{\sigma}_A^2 \Delta\tau \hat{\beta}_d^2} \cdot \frac{\eta_1'' - 1}{\eta_1'' - \xi_1''} ; \quad (3.42)$$

$$\hat{\beta}_w, \hat{\beta}_d \begin{cases} [\omega_w(1-\psi_d) - \omega_d(1-\psi_w)]\hat{\rho}_{A,1} = (\omega_w - \omega_d)\hat{\rho}_{A,2} \\ [\omega_w(1-\psi_d)^2 - \omega_d(1-\psi_w)^2]\hat{\rho}_{A,1} = (\omega_w - \omega_d)\hat{\rho}_{A,3} \end{cases} \quad \beta_d > \beta_w \quad (3.43)$$

$$\text{dove:} \quad \omega_w = 1 - 2\hat{\rho}_{A,1}\varphi_w / \psi_w^2 ; \quad \omega_d = 1 - 2\hat{\rho}_{A,1}\varphi_d / \psi_d^2 \quad (3.44)$$

$$\text{e} \quad \eta_1'' = 1 + \frac{\psi_d^2\varphi_w - \psi_w^2\varphi_d}{\Omega_1} ; \quad \xi_1'' = \frac{2\gamma_0(1-\gamma_0^2)\omega_d\psi_d^2}{\Omega_1} \quad (3.45)$$

$$\text{in cui} \quad \Omega_1 = \omega_d\psi_d^2[\gamma_0(2-\gamma_0^2) - \varphi_w] - \omega_w\psi_w^2(1-\varphi_d) \quad (3.46)$$

In alternativa, si può determinare la terna di parametri θ_b, β_w e β_d minimizzando la funzione Θ definita nell'equazione (3.4) giungendo, sempre considerando i valori campionari di media, varianza e coefficienti di autocorrelazione come stime dei corrispondenti valori teorici, alle seguenti espressioni:

$$\hat{\beta}_w, \hat{\beta}_d : \begin{cases} E_w'' = E'' \\ E_d'' = E'' \end{cases} \quad (3.47)$$

$$\hat{\lambda}_s = \frac{2\hat{\mu}_A^2}{\hat{\sigma}_A^2(\Delta\tau)^2\hat{\beta}_d} \left(1 - \frac{1}{\eta_2''}\right) ; \quad \hat{\theta}_b = 1 - \frac{\xi_2''}{\eta_2''} ; \quad \hat{\beta}_t = \frac{4\hat{\mu}_A}{\hat{\sigma}_A^2\Delta\tau\hat{\beta}_d^2} \cdot \frac{\eta_2'' - 1}{\eta_2'' - \xi_2''} \quad (3.48)$$

$$\text{dove:} \quad \eta_2'' = 1 + \varphi_w E'' / \Omega_2 ; \quad \xi_2'' = 2\gamma_0(1-\gamma_0^2) / \Omega_2 \quad (3.49)$$

$$\text{in cui:} \quad \Omega_2 = \gamma_0(2-\gamma_0^2) - [1 - (1-\varphi_d)E'']\varphi_w / \varphi_d \quad (3.50)$$

e:

$$E'' = \frac{\sum_{k=1}^{N_k} w_k (\Lambda_{dk} - \Lambda_{wk})^2}{\sum_{k=1}^{N_k} w_k (\Lambda_{dk} - \Lambda_{wk}) (\Lambda_{dk} - 2\hat{\rho}_{A,k})} \quad (3.51)$$

$$E''_w = \frac{\sum_{k=1}^{N_k} w_k \Lambda_{wk} (\Lambda_{dk} - \Lambda_{wk}) (B_w - k)}{\sum_{k=1}^{N_k} w_k \Lambda_{wk} (\Lambda_{dk} - 2\hat{\rho}_{A,k}) (B_w - k)} \quad (3.52)$$

$$E''_d = \frac{\sum_{k=1}^{N_k} w_k \Lambda_{dk} (\Lambda_{dk} - \Lambda_{wk}) (B_d - k)}{\sum_{k=1}^{N_k} w_k \Lambda_{dk} (\Lambda_{dk} - 2\hat{\rho}_{A,k}) (B_d - k)} \quad (3.53)$$

$$\text{con } B_w = 2/\psi_d - \psi_w / \varphi_w - 1 \quad (3.54)$$

2.5.4.2 Modelli NSRP versione 2

Nella versione 2, la variabile aleatoria $B-I$ segue una distribuzione di probabilità di Poisson, con parametro ν_{b-1} cosicché sia:

$$p_B(b) = \frac{(\nu_{b-1})^{b-1}}{(b-1)!} e^{-\nu_{b-1}} \quad \nu_{b-1} > 0 \quad b = 1, 2, \dots \quad (3.55)$$

in cui ν_{b-1} rappresenta il numero medio di eventi di pioggia associati ad ogni perturbazione.

Le statistiche della variabile aleatoria $A_{\Delta\tau}$ valgono:

$$\mu_A = \frac{\lambda_s \Delta\tau}{\beta_i \beta_d} (1 + \nu_{b-1}) \quad (3.56)$$

$$\sigma_A^2 = \frac{4\lambda_s (1 + \nu_{b-1})}{\beta_i^2 \beta_d^3} \cdot \frac{\chi_2^n}{\varepsilon_2} \varphi_w \quad (3.57)$$

dove:

$$\chi_2'' = 1 + (\varepsilon_2 - \gamma_0^3) \varphi_d / \varphi_w ; \quad \varepsilon_2 = 4\gamma_0(1 - \gamma_0^2) \frac{1 + \nu_{b-1}}{\nu_{b-1}(2 + \nu_{b-1})} \quad (3.58)$$

mentre la funzione di autocorrelazione assume la forma:

$$\rho_{A,k} = \frac{1}{2\chi_2''} \cdot \left[(\chi_2'' - 1) \frac{\psi_d^2(1 - \psi_d)^{k-1}}{\varphi_d} + \frac{\psi_w^2(1 - \psi_w)^{k-1}}{\varphi_w} \right] \quad k = 1, 2, \dots \quad (3.59)$$

La stima dei parametri λ_s , ν_{b-1} , β_i , β_w e β_d , basata sul metodo dei momenti con

$\hat{\mu}_A = m_A$, $\hat{\sigma}_A^2 = s_A^2$ e $\hat{\rho}_{A,1} = r_{A,1}$, $\hat{\rho}_{A,2} = r_{A,2}$ conduce alle seguenti espressioni:

$$\hat{\lambda}_s = \frac{4\hat{\mu}_A^2}{\hat{\sigma}_A^2(\Delta\tau)^2 \hat{\beta}_d k_1''} \cdot \frac{\eta_1'' - 1}{\xi_1''} ; \quad \hat{\nu}_{b-1} = \frac{\xi_1''}{\eta_1'' - \xi_1''} k_1'' - 1 ; \quad \hat{\beta}_i = \frac{4\hat{\mu}_A}{\hat{\sigma}_A^2 \Delta\tau \hat{\beta}_d^2} \cdot \frac{\eta_1'' - 1}{\eta_1'' - \xi_1''} \quad (3.60)$$

$$\hat{\beta}_w, \hat{\beta}_d : \begin{cases} [\omega_w(1 - \psi_d) - \omega_d(1 - \psi_w)] \hat{\rho}_{A,1} = (\omega_w - \omega_d) \hat{\rho}_{A,2} \\ [\omega_w(1 - \psi_d)^2 - \omega_d(1 - \psi_w)^2] \hat{\rho}_{A,1} = (\omega_w - \omega_d) \hat{\rho}_{A,3} \end{cases} \quad \beta_d > \beta_w \quad (3.61)$$

in cui:

$$k_1'' = 1 + \sqrt{1 + [(\eta_1'' - \xi_1'') / \xi_1'']^2} \quad (3.62)$$

Il metodo di stima basato sulla minimizzazione della funzione Θ , sotto le condizioni già descritte in precedenza, porta alle relazioni:

$$\hat{\beta}_w, \hat{\beta}_d : \begin{cases} E_w'' = E'' \\ E_d'' = E'' \end{cases} \quad (3.63)$$

$$\hat{\lambda}_s = \frac{4\hat{\mu}_A^2}{\hat{\sigma}_A^2(\Delta\tau)^2\hat{\beta}_d k_2''} \cdot \frac{\eta_2'' - 1}{\xi_2''} ; \hat{\nu}_{b-1} = \frac{\xi_2''}{\eta_2'' - \xi_2''} k_2'' - 1 ; \hat{\beta}_i = \frac{4\hat{\mu}_A}{\hat{\sigma}_A^2 \Delta\tau \hat{\beta}_d^2} \cdot \frac{\eta_2'' - 1}{\eta_2'' - \xi_2''} \quad (3.64)$$

con:

$$k_2'' = 1 + \sqrt{1 + [(\eta_2'' - \xi_2'') / \xi_2'']^2} \quad (3.65)$$

2.6. Processo di generazione degli eventi di pioggia

Nel paragrafo precedente si è avuto modo di descrivere, in maniera alquanto dettagliata, la struttura dei modelli stocastici puntuali, dal più semplice (*PWN*) al più complesso (*NSRP*). Per comodità, nelle pagine che seguono, si riporteranno le caratteristiche salienti dei seguenti modelli di generazione di eventi meteorici: *PWN*, *PRP*, *NSWN*, *NSRP*, *BLRP*.

2.6.1 Modello *PWN* ("Poisson White Noise")

Il modello *PWN* schematizza il manifestarsi delle piogge mediante un processo di arrivi poissoniano e ogni evento come un impulso istantaneo:

1) Il n° di eventi *R* che si verificano in un Δt è distribuito secondo Poisson:

$$p_R(r) = \frac{(\lambda_r \Delta t)^r}{r!} \cdot e^{-\lambda_r \Delta t} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_R(r) = \sum_{r_i \leq r} p_R(r_i) \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

2) Ogni evento è schematizzato come una pioggia istantanea la cui altezza è una variabile aleatoria H , indipendente da R , e distribuita secondo:

- versione 1 - una distribuzione esponenziale $F_H(h) = 1 - e^{-\beta_h h}$

- versione 2 - una distribuzione gamma $F_H(h) = \frac{\beta_h^{\alpha_h}}{\Gamma(\alpha_h)} \int_0^h y^{\alpha_h-1} e^{-\beta_h y} dy$

Per entrambe le versioni si ha l'espressione della funzione di densità di probabilità della variabile $A_{\Delta\tau}$ (altezza di pioggia cumulata su $\Delta\tau$):

- versione 1 - $f_A(a) = e^{-\lambda_r \Delta\tau} \left[\delta(a) + \frac{z}{2a} I_1(z) e^{-\beta_h a} \right]$

- versione 2 - $f_A(a) = e^{-\lambda_r \Delta\tau} \left[\delta(a) + e^{-\beta_h a} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_r \Delta\tau)^n}{n!} \cdot \frac{\beta_h^{n\alpha_h} a^{n\alpha_h-1}}{\Gamma(n\alpha_h)} \right]$

3) I parametri del modello risultano essere:

- versione 1 - (λ_r, β_h)

- versione 2 - $(\lambda_r, \beta_h, \alpha_h)$

2.6.2 Modello PRP ("Poisson Rectangular Pulses")

Il modello PRP schematizza il manifestarsi delle piogge mediante un processo di arrivi poissoniano e ogni evento secondo un impulso rettangolare:

1) Il n° di eventi R che si verificano in un Δt è sempre distribuito secondo Poisson:

$$p_R(r) = \frac{(\lambda_r \Delta t)^r}{r!} \cdot e^{-\lambda_r \Delta t} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_R(r) = \sum_{r_i \leq r} p_R(r_i) \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

2) Ogni evento è schematizzato secondo un impulso rettangolare costituito *Intensità* e *Durata* (variabili aleatorie indipendenti tra loro).

- L'Intensità I è distribuita secondo una funzione esponenziale $F_I(i) = 1 - e^{-\beta_i i}$

- La Durata D è distribuita secondo:

- versione 1 - una distribuzione esponenziale $F_D(d) = 1 - e^{-\beta_d d}$

- versione 2 - una distribuzione di Pareto $F_D(d) = 1 - \left(1 + \frac{\beta_d d}{\zeta_d}\right)^{-\zeta_d}$

3) I parametri del modello risultano essere:

- versione 1 - $(\lambda_r, \beta_i, \beta_d)$

- versione 2 - $(\lambda_r, \beta_i, \beta_d, \zeta_d)$

2.6.3 Modello *NSWN* ("Neyman-Scott White Noise")

Il modello *NSWN* schematizza il manifestarsi delle piogge mediante un duplice processo di arrivi ed ogni evento secondo un "cluster" di impulsi istantanei:

1) Il 1° processo descrive il numero di perturbazioni che si presentano in un intervallo Δt mediante una variabile S distribuita secondo Poisson:

$$p_S(s) = \frac{(\lambda_s \Delta t)^s}{s!} e^{-\lambda_s \Delta t} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_S(s) = \sum_{r \leq s} p_S(s_r) \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

2) Il 2° processo viene associato ad ogni perturbazione ed è caratterizzato da due variabili B e W indipendenti da S .

• $B \Rightarrow$ descrive il n° di celle di pioggia associate ad ogni perturbazione ed è distribuito

- versione 1 - secondo una distribuzione geometrica:

$$p_B(b) = \theta_b (1 - \theta_b)^{b-1} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_B(b) = 1 - (1 - \theta_b)^b \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

- versione 2 - secondo una distribuzione di Poisson:

$$p_B(b) = \frac{(v_{b-1})^{b-1}}{(b-1)!} e^{-v_{b-1}} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_B(b) = \sum_{b_i \leq b} p_B(b_i) \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

- $W \Rightarrow$ esprime il tempo intercorrente tra l'arrivo della perturbazione ed il verificarsi delle singole piogge ed è distribuito secondo una esponenziale

$$F_W(w) = 1 - e^{-\beta_w w}$$

3) Per le piogge si adotta lo schema ad impulsi istantanei la cui altezza H è una variabile aleatoria distribuita secondo una esponenziale:

$$F_H(h) = 1 - e^{-\beta_h h}$$

4) I parametri del modello sono:

- versione 1 - $(\lambda_s, \Theta_b, \beta_w \text{ e } \beta_h)$
- versione 2 - $(\lambda_s, v_{b-1}, \beta_i \text{ e } \beta_h)$

2.6.4 Modello NSRP ("Neyman-Scott Rectangular Pulses")

Il modello NSRP schematizza il manifestarsi delle piogge mediante un duplice processo di arrivi ed ogni evento secondo un "cluster" di impulsi rettangolari:

1) Il 1° processo descrive il numero di perturbazioni che si presentano in un intervallo Δt mediante una variabile S distribuita secondo Poisson:

$$p_S(s) = \frac{(\lambda_s \Delta t)^s}{s!} e^{-\lambda_s \Delta t} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_S(s) = \sum_{r_i \leq s} p_S(r_i) \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

2) Il 2° processo viene associato ad ogni perturbazione ed è caratterizzato da due variabili B e W indipendenti da S .

- $B \Rightarrow$ descrive il n° di celle di pioggia associate ad ogni perturbazione ed è distribuito

- versione 1 - secondo una distribuzione geometrica:

$$p_B(b) = \theta_b (1 - \theta_b)^{b-1} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_B(b) = 1 - (1 - \theta_b)^b \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

- versione 2 - secondo una distribuzione di Poisson:

$$p_B(b) = \frac{(\nu_{b-1})^{b-1}}{(b-1)!} e^{-\nu_{b-1}} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_B(b) = \sum_{b_i \leq b} p_B(b_i) \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

- $W \Rightarrow$ esprime il tempo intercorrente tra l'arrivo della perturbazione ed il verificarsi delle singole piogge ed è distribuito secondo una esponenziale:

$$F_W(w) = 1 - e^{-\beta_w w}$$

3) Per le piogge si adotta lo schema ad impulsi rettangolari costituiti da una Intensità I e una Durata D entrambe distribuite secondo una esponenziale:

$$F_I(i) = 1 - e^{-\beta_i i}$$

$$F_D(d) = 1 - e^{-\beta_d d}$$

4) I parametri del modello sono:

- versione 1 - $(\lambda_s, \Theta_b, \beta_w, \beta_i \text{ e } \beta_d)$
- versione 2 - $(\lambda_s, \nu_{b-1}, \beta_i, \beta_w \text{ e } \beta_d)$

2.6.5 Modello *BLRP* ("Bartlett-Lewis Rectangular Pulses")

Nel modello *BLRP* vengono mantenute sia le modalità di arrivo delle perturbazioni che la schematizzazione ad impulso rettangolare delle singole celle di pioggia già specificate nel modello *NSRP*, ossia:

- 1) Il 1° processo descrive il numero di perturbazioni che si presentano in un intervallo Δt mediante una variabile S distribuita secondo Poisson:

$$p_s(s) = \frac{(\lambda_s \Delta t)^s}{s!} e^{-\lambda_s \Delta t} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_s(s) = \sum_{r, r \leq s} p_s(s_r) \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

2) Il 2° processo viene associato ad ogni perturbazione ed è caratterizzato da due variabili B e L indipendenti da S .

- $B \Rightarrow$ descrive il n° di celle di pioggia associate ad ogni perturbazione ed è distribuito secondo una distribuzione geometrica con parametro θ_b :

$$p_B(b) = \theta_b (1 - \theta_b)^{b-1} \quad (\text{funzione massa di probabilità } P[X = x])$$

$$F_B(b) = 1 - (1 - \theta_b)^b \quad (\text{funzione di distribuzione cumulata } P[X \leq x])$$

- $L \Rightarrow$ esprime il tempo intercorrente tra le singole celle di precipitazione ed è distribuito secondo una esponenziale:

$$F_L(l) = 1 - e^{-\beta l}$$

in genere si assume che la prima cella coincide con l'evento di modo che $\beta_l \equiv \beta_w$.

3) Per le piogge si adotta lo schema ad impulsi rettangolari costituiti da una Intensità I e una Durata D entrambe distribuite secondo una esponenziale:

$$F_I(i) = 1 - e^{-\beta_i i}$$

$$F_D(d) = 1 - e^{-\beta_d d}$$

4) I parametri del modello sono: $(\lambda_s, \lambda_c, \beta_i, \beta_l$ e $\beta_d)$

Analizzando la struttura del modello più semplice, vale a dire del Poisson White Noise, è emerso che per simulare l'arrivo di r eventi di precipitazione, per esempio in un intervallo di tempo di un mese, ciascuno con un'altezza di pioggia h_i , si conoscono, in ordine:

- 1) La funzione massa di probabilità $P[R \leq r]$, ossia la probabilità che in un mese si verifichino r eventi di precipitazione:

$$p_R(r) = \frac{(\lambda_r \Delta t)^r}{r!} e^{-\lambda_r \Delta t} \quad \Delta t = 1 \text{ mese}$$

in cui $\lambda_r \Delta t$ rappresenta il numero medio di eventi di precipitazione nel mese.

Quindi, sarà nota anche la funzione di distribuzione cumulata:

$$F_R(r) = \sum_{r_i \leq r} p_R(r_i)$$

- 2) La distribuzione di probabilità dell'altezza di pioggia istantanea associata a ciascun evento di precipitazione:

$$F_H(h) = 1 - e^{-\beta_h h}$$

in cui $1/\beta_h$ rappresenta la media dell'altezza di pioggia istantanea.

A questo punto, se si potessero generare tanti numeri compresi tra 0 e 1 che, per una ragione qualsiasi, fossero eguagliabili a tanti valori delle suddette distribuzioni di probabilità, potremmo ottenere tanti valori di r e tanti valori di h_i . Si otterrebbero, dunque, tanti semplicissimi pluviogrammi come quelli illustrati nelle successive figure.

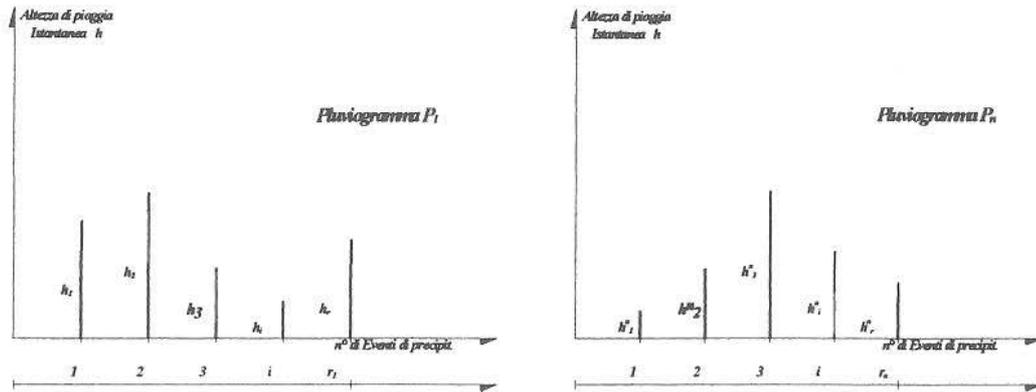


Figura 3.5 - Rappresentazione dei pluviogrammi generati con il modello PWN

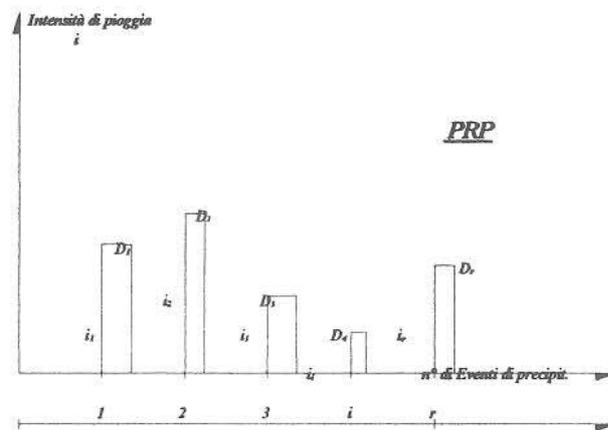


Figura 3.6 - Rappresentazione di un pluviogramma generato con il modello PRP

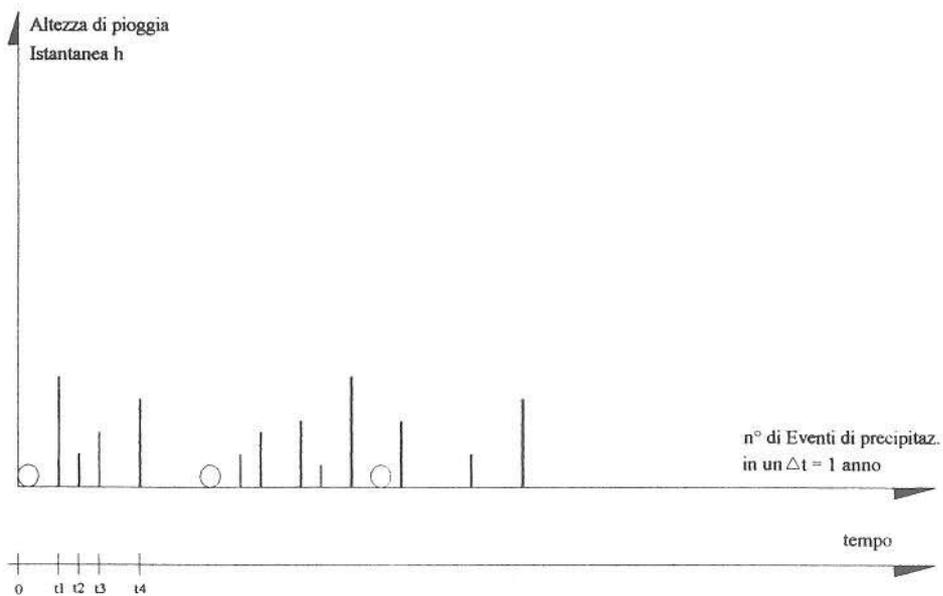


Figura 3.7 - Rappresentazione di un pluviogramma generato con il modello NSWN

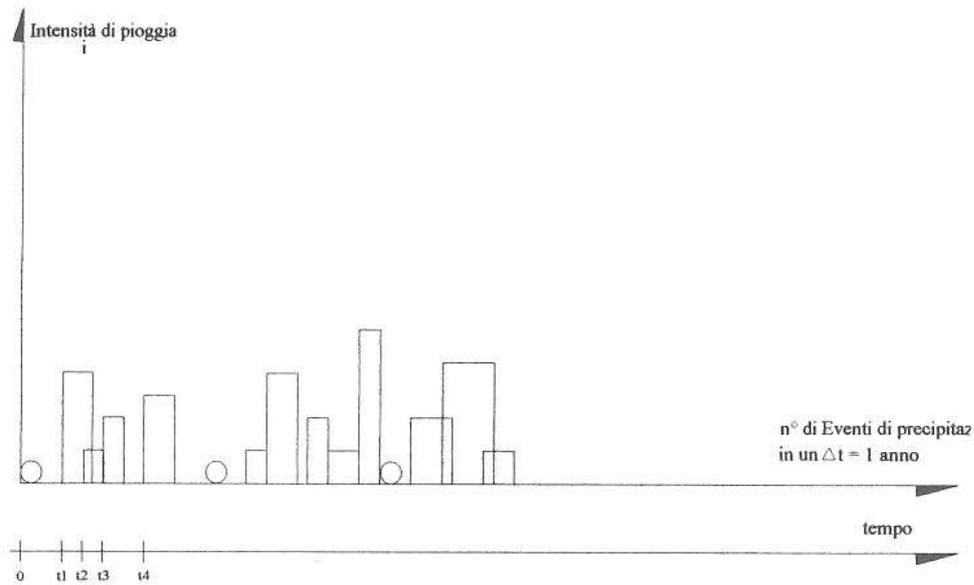


Figura 3.8 - Rappresentazione di un pluviogramma generato con il modello NSRP (BLRP)

Analizziamo ora, il processo di generazione di tante variabili aleatorie che possiedono, tutte, la stessa funzione di distribuzione di probabilità.

2.7 Generazione di variabili aleatorie che posseggono una data funzione di distribuzione cumulata $F_X(x)$

Per generare un campione di dati (x_1, x_2, \dots, x_n) , che possa considerarsi tratto a caso da una popolazione caratterizzata da una funzione di distribuzione cumulata $F_X(x)$, risulta sufficiente:

- generare variabili uniformemente distribuite $Y=y$;
- esplicitare il valore $X=x$ nell'equazione $y=F_X(x)$

Tale tipo di approccio può essere facilmente inteso se si tiene presente:

- cosa si intende per variabile aleatoria uniformemente distribuita in un generico intervallo $[a,b]$;

- b) che la variabile $Y = F_X(x)$ è, a sua volta, una variabile aleatoria, funzione monotona crescente della variabile aleatoria X ;
- c) che la variabile Y è distribuita uniformemente nell'intervallo $[0,1]$;

A tale scopo, si osservi in generale che, se $y = g(x)$ è una funzione crescente di x , poiché $F_X(x) = P[X \leq x]$, sarà:

$$F_Y(y) = P[Y \leq y] = P[g(X) \leq g(x)] = P[X \leq x] = F_X(x) \quad (3.56)$$

per cui

$$dF_Y(y) = dF_X(x) \quad (3.57)$$

Se Y è una funzione assolutamente continua della x , risulta, ancora:

$$f_Y(y) = \frac{dF_Y(y)}{dy} = \frac{dF_X(x)}{dy} = \frac{dF_X(x)}{dx} \cdot \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (3.58)$$

cioè:

$$f_Y(y) = f_X(x) \cdot \left| \frac{dx}{dy} \right| \quad (3.59)$$

In questo caso:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dF_X(x)}{dx} = f_X(x) \quad (3.60)$$

per cui:

$$f_Y(y) = f_X(x) \cdot \frac{1}{f_X(x)} = 1 \quad (3.61)$$

Di conseguenza, ogni valore della variabile aleatoria y ha la stessa densità di probabilità, ossia ogni valore di $F_X(x)$ ha la stessa densità di probabilità.

Detto questo, poichè $F_X(x)$ (funzione di distribuzione cumulata) è una funzione che varia tra 0 e 1, il problema di generare n valori della variabile X equiprobabili si riconduce facilmente a quello di generare n numeri compresi in questo stesso intervallo.

Tra i diversi metodi proposti per generare casualmente dei numeri compresi tra 0 e 1 a densità uniforme, può, ad esempio, essere utilizzato l'algoritmo di Lehmer.

Poiché $0 \leq F_X(x) \leq 1$, ognuno dei numeri generati con questo o con altri algoritmi può essere facilmente identificato con un valore della $F_X(x)$, per cui, una volta nota la struttura analitica di tale funzione, può facilmente essere individuato il valore di x ad esso corrispondente, ottenendo in tal modo la serie voluta.

2.8 Generazione degli eventi pluviometrici

Per la generazione di eventi di pioggia è stato utilizzato il modello *NSRP* versione 2, che, come è stato già accennato, risulta essere quello che descrive meglio il fenomeno fisico della formazione delle piogge.

In primo luogo, anche avvalendosi delle routines proprie del software *Visual Basic* vers. 6.0, è stato messo a punto una procedura automatica per la generazione casuale di numeri compresi tra 0 e 1 uniformemente distribuiti, sostanzialmente basato sull'algoritmo di Lehmer (1951).

Le fasi della procedura utilizzata per la generazione di eventi di pioggia e per la calibrazione dei parametri contenuti nel suddetto modello sono state le seguenti:

A) Generazione di un n° s di eventi (cluster) in un $\Delta t = 6$ mesi.

- B) Generazione di un n° b di celle di pioggia per ognuno degli s eventi generati.
- C) Generazione del tempo intercorrente w tra l'arrivo dell'evento e le singole celle.
- D) Generazione per ognuna delle celle del cluster della durata D e dell'intensità I .
- E) Somma delle intensità in ciascun istante di tempo e ricostruzione del pluviogramma;

Ai fini di un eventuale raffronto con parametri già stimati con altre tecniche (e, quindi, ai fini anche di una calibrazione dei parametri del modello di generazione di eventi meteorici):

- F) individuazione delle massime altezze di pioggia verificatesi, durante l'evento, in pre-assegnate durate d e determinazione dell'altezza complessiva di pioggia cumulata osservata nell'evento;
- G) eventualmente, valutazione dei massimi annuali delle altezze di pioggia nella durata d e dell'altezza di pioggia annua;

Per la fase A) si disponeva delle funzioni:

$$P[S = s] = p_s(s) = \frac{(\lambda_s \Delta t)^s}{s!} e^{-\lambda_s \Delta t} \quad (\text{probabilità che il numero di eventi in un } \Delta t \text{ sia uguale a } s)$$

$$P[S \leq s] = F_s(s) = \sum_{i=0}^s \frac{(\lambda_s \Delta t)^i}{i!} e^{-\lambda_s \Delta t} \quad (\text{probabilità che il n° di eventi in un } \Delta t \text{ sia minore o uguale a } s)$$

$$\text{posto: } \sum_{i=0}^s p_s(i) = \sum_{i=0}^s \frac{(\lambda_s \Delta t)^i}{i!} e^{-\lambda_s \Delta t} = F_s(s) \quad (3.62)$$

e

$$\sum_{i=0}^s p_s(i) = \sum_{i=0}^{s-1} p_s(i) + p_s(i) \quad (3.63)$$

si ha:

$$\begin{aligned} p_s(s) &= \sum_{i=0}^s p_s(i) - \sum_{i=0}^{s-1} p_s(i) + p_s(i) = F_s(s) - F_s(s-1) = \\ &= \sum_{i=0}^s \frac{(\lambda_s \Delta t)^i e^{-\lambda_s \Delta t}}{i!} - \sum_{i=0}^{s-1} \frac{(\lambda_s \Delta t)^i e^{-\lambda_s \Delta t}}{i!} = p_s(s) \end{aligned} \quad (3.64)$$

ossia:

$$\frac{(\lambda_s \Delta t)^s e^{-\lambda_s \Delta t}}{s!} = F_s(s) - F_s(s-1) \quad (3.65)$$

In definitiva, per ottenere il n° s di eventi di precipitazione, bisogna risolvere per tentativi la seguente equazione:

$$\frac{(\lambda_s \Delta t)^s e^{-\lambda_s \Delta t}}{s!} - [F_s(s) - F_s(s-1)] = 0 \quad (3.66)$$

dove la quantità fra parentesi sta ad indicare la differenza di due numeri casuali generati da una routine di generazione di numeri compresi tra 0 e 1.

Per la fase B) si ripete lo stesso ragionamento; infatti, si dispone delle funzioni:

$$P(B = b) = p_B(b) = \frac{(v_{b-1})^{b-1}}{(b-1)!} e^{-v_{b-1}} \quad (\text{probabilità che il numero di celle in ogni evento})$$

sia uguale a s)

$$P[B \leq b] = F_B(b) = \sum_{i=0}^b p_b(i) \quad (\text{probabilità che il n° di celle in ogni evento sia minore o uguale a } s)$$

e, come fatto per la fase precedente, si arriva all'equazione:

$$\frac{(v_{b-1})^{b-1} e^{-v_{b-1}}}{(b-1)!} - [F_B(b) - F_B(b-1)] = 0 \quad (3.67)$$

A questo punto, facendo sempre uso della routine di generazione di numeri uniformemente distribuiti compresi tra 0 e 1 per determinare la quantità fra parentesi, si risolve l'equazione per tentativi e si ottiene il n° b di celle per ogni evento di precipitazione s .

Nella fase C), per ciascuna delle celle b_j , bisogna generare il tempo di inizio della pioggia rispetto all'origine dei tempi (arrivo dell'evento di precipitazione), e si dispone della funzione:

$$F_w(w) = 1 - e^{-\beta_w w} \quad (3.68)$$

da cui si può facilmente ricavare l'espressione di w , infatti:

$$1 - F_w(w) = e^{-\beta_w w} \Rightarrow -\ln[1 - F_w(w)] = \beta_w w \Rightarrow \ln\left[\frac{1}{1 - F_w(w)}\right] = \beta_w w \quad (3.69)$$

e, quindi:

$$w = \frac{1}{\beta_w} \ln\left[\frac{1}{1 - F_w(w)}\right] \quad (3.70)$$

che rappresenta il tempo w che intercorre tra l'arrivo dell'evento e le singole celle di pioggia.

Questa volta occorrerà generare un solo numero casuale, che permetterà di risolvere direttamente l'equazione (3.68).

Nella fase D), sempre per ciascuna cella b_j , bisogna generare la durata D e l'intensità I disponendo delle funzioni:

$$F_I(i) = 1 - e^{-\beta_i i} \quad (3.71)$$

$$F_D(d) = 1 - e^{-\beta_d d} \quad (3.72)$$

dalle quali si possono facilmente ricavare le espressioni di i e d .

Infatti, eseguendo i passaggi fatti in precedenza, si perviene alle seguenti espressioni:

$$i = \frac{1}{\beta_i} \ln \left[\frac{1}{1 - F_I(i)} \right] \quad (3.73)$$

$$h = \frac{1}{\beta_h} \ln \left[\frac{1}{1 - F_H(h)} \right] \quad (3.74)$$

che rappresentano, quindi, la durata e l'altezza di pioggia di ciascuna cella di precipitazione.

Nella fase E), invece, mediante una specifica routine di calcolo, si ricostruisce, mediante somma dei contributi dati dalle diverse celle temporalesche allo stesso istante, l'andamento dell'evento meteorico.

Nella fase F) si valutano, per ciascun evento generato, le massime altezze di pioggia in preassegnate durate d ed l'altezza di pioggia complessivamente verificatasi durante l'evento.

Nella fase G) si valutano, infine, sia i massimi annuali delle altezze di pioggia di assegnata durata che il volume di pioggia annualmente precipitato.

2.9 Calibrazione dei parametri del modello di generazione degli eventi meteorici e confronto tra le medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia effettivamente nell'area di interesse e le medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia ricavabili dagli eventi generati

Allo scopo di effettuare una calibrazione dei parametri del modello di generazione di eventi dianzi descritto, si è proceduto, in assenza di dati più specifici (serie storiche di precipitazioni osservate in durate dell'ordine della decina di minuti), in modo alquanto più empirico, accontentandosi di verificare che, con la scelta dei parametri effettuata, venissero ben riprodotte:

- a) le medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia osservate, nell'area di interesse, in preassegnate durate;
- b) le media dell'altezza di pioggia annua osservata nell'area di interesse

Più in particolare, i 5×2 parametri del modello (cinque parametri per ciascuno dei due sottoperiodi in cui si è deciso di suddividere l'anno) sono stati scelti nel seguente modo:

Parametro	Sottoperiodo	
	1°	2°
$\Lambda = \lambda_s \cdot \Delta \tau =$ Numero medio di eventi nel sottoperiodo	40.58	22
$V_{b-1} =$ (Numero medio di celle in un evento)	30	15
$\mu_w = 1 / \beta_w =$ (Tempo medio intercorrente tra l'inizio dell'evento e l'inizio di una cella) (ore)	7.5	3.75
$\mu_i = 1 / \beta_i =$ Intensità media di una singola cella temporalesca (mm/ora)	3.4	1.7
$\mu_d = 1 / \beta_d =$ Durata media di una singola cella temporalesca (ore)	0.25	0.125

A partire da tali valori dei parametri, si è provveduto a generare $n=20$ anni di eventi pluviometrici, in modo da ottenere una statistica sufficientemente attendibile delle medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia in assegnate durate da essi ricavabili, così come per la media dell'altezza di precipitazione annua

Il confronto tra le medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia in assegnate durate ricavate dagli eventi generati ed i valori delle stesse grandezze, ottenute in base ai dati osservati è riportato nella successiva Figura 3.9, dalla quale può evincersi, indipendentemente dalla durata considerata, un ottimo accordo tra i valori dedotti in base alle precipitazioni generate con la tecnica adottata ed i valori dedotti, con riferimento alla quota media z del bacino sul livello del mare ($z=249.4$) in base alle osservazioni vere e proprie effettuate dal Servizio Idrografico e Mareografico Nazionale (cfr. la precedente Parte II della presente Relazione).

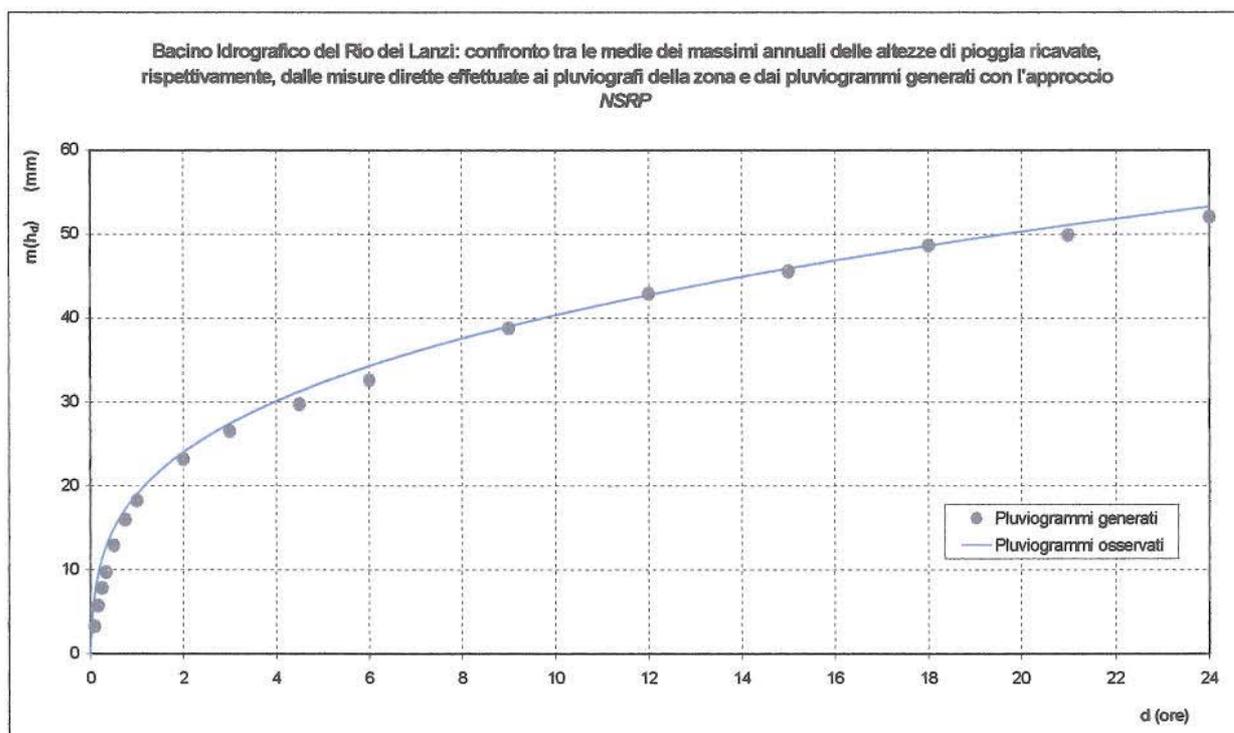


Figura 3.9 – Confronto tra i valori delle medie dei massimi annuali delle altezze di pioggia in assegnate durate osservati nella sottozona pluviometrica n.1 ($z = 249.4$ m s.m.m.) e quelli dedotti dagli eventi generati

Per quanto riguarda, invece, il valore della precipitazione media annua, le stime effettuate a partire dai pluviografi e pluviometri disponibili in zona, così come facilmente riscontrabili dall'esame della cartografia allegata (Figura 3.10), estratta dal sito web <http://www.campaniameteo.it/precipitazionicompania.htm>, risultano dell'ordine di circa 1000 mm/anno.

La media, su $n=20$ anni, dei valori delle altezze di pioggia cumulate in ciascuno degli anni, così come dedotte dalla serie degli eventi generati, è risultata pari, a sua volta, a 1003,2 mm di pioggia, molto prossima ai valori dedotti in base ad osservazioni dirette.

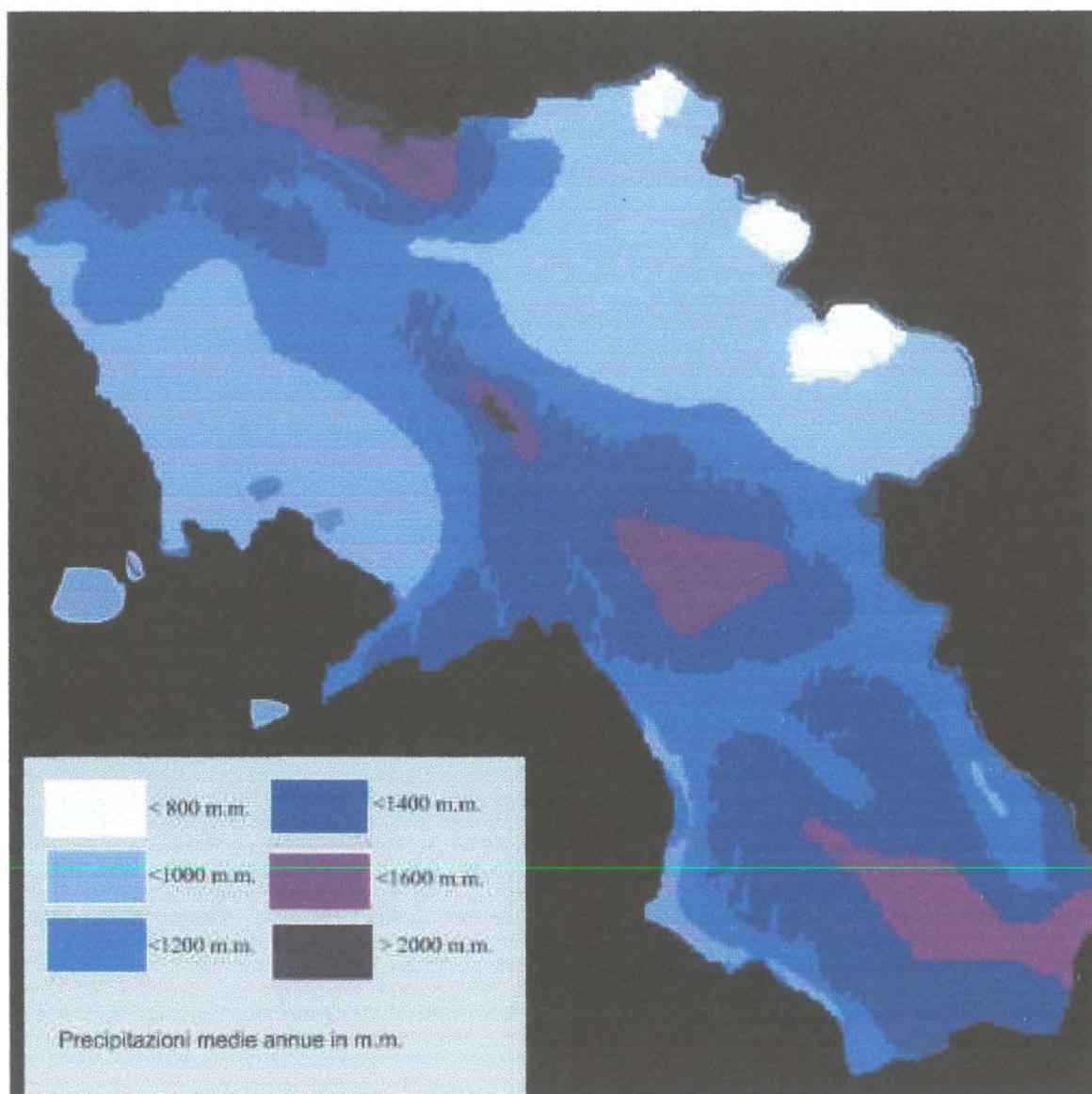


Figura 3.10 – Piovosità media annua nella regione Campania (dati tratti dal sito <http://www.campaniameteo.it/precipitazionicompania.htm>)

Può quindi concludersi che gli eventi meteorici generati secondo le modalità dianzi definite possono considerarsi senz'altro equivalenti, almeno da un punto di vista statistico, a eventi meteorici reali. Pertanto, essi possono senz'altro essere utilizzati, in mancanza di dati diretti, al fine di individuare gli andamenti delle precipitazioni che possono andare a realizzarsi nel corso dell'anno.

RELAZIONE ILLUSTRATIVA

PARTE IV

Costruzione della Curva di durata media delle portate

1. PREMESSA

Nella presente Parte IV della Relazione Illustrativa, si descrive il modello di trasformazione degli Afflussi Meteorici in Deflussi di piena, di morbida e di magra utilizzato allo scopo di individuare la curva di durata media delle portate defluenti nel tratto del Rio dei Lanzi ubicato immediatamente a valle della sezione di immissione degli scarichi provenienti dalla centrale termoelettrica di Calenia Energia.

2. MODELLO DI TRASFORMAZIONE DEGLI AFFLUSSI METEORICI IN DEFLUSSI IN ALVEO

Una volta generati gli eventi di pioggia che possono affluire al bacino di interesse, può procedersi a valutare, attraverso un idoneo modello di trasformazione degli afflussi meteorici in deflussi (eventualmente minimi), i valori delle portate defluenti nei diversi tronchi d'alveo nel corso dell'anno.

A tale scopo, si è fatto riferimento (Figura 4.1) ad un modello concettuale costituito da due distinti modelli disposti in parallelo, il primo dei quali volto a simulare il ruscellamento superficiale (deflusso "superficiale") e, il secondo, ad individuare l'aliquota del deflusso ipodermico che, molto più lentamente e in quantitativi alquanto più ridotti (deflusso "ritardato"), affluisce alla rete idrografica (Figura 4.2).

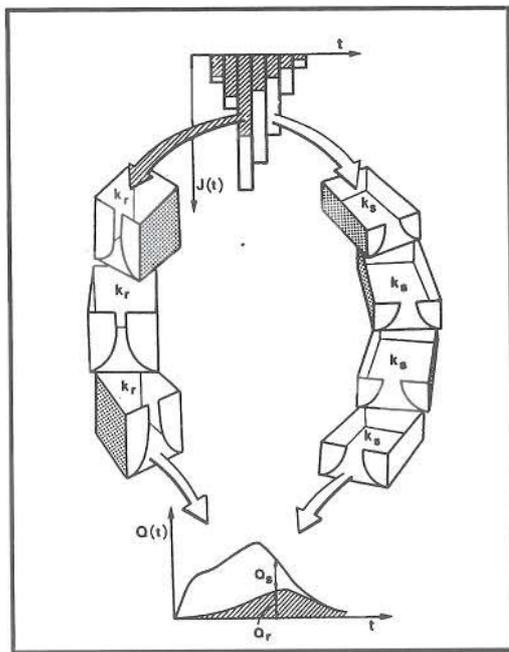


Figura 4.1 – Modello di trasformazione degli afflussi meteorici in un evento in portate in alveo

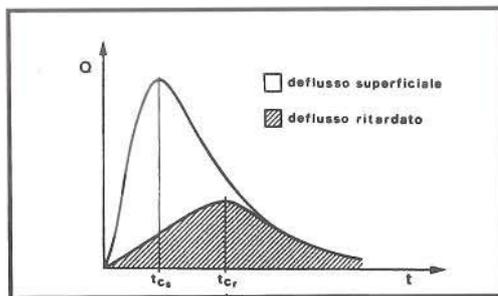


Figura 4.2 – Modalità di afflusso del ruscellamento superficiale e di quello ipodermico

I valori delle portate $Q_s(t)$ e $Q_r(t)$ calcolate, separatamente, con l'ausilio dei due moduli, vengono poi sommati al fine di determinare la portata complessiva $Q(t)$ affluente, istante per istante, alla sezione considerata, secondo lo schema:

$$Q(t) = Q_s(t) + Q_r(t) \quad (4.1)$$

3. VALUTAZIONE DELLA CURVA DI DURATA MEDIA DELLE PORTATE

Il modello di ruscellamento superficiale preso a riferimento per la individuazione degli idrogrammi generati dai singoli eventi meteorici risulta costituito da una successione di tre serbatoi lineari, uguali, disposti in serie (modello di Nash).

Il modello di scorrimento sub-superficiale è, invece, costituito da un unico serbatoio lineare, per cui l'aliquota derivante da tale contributo può essere valutata come

Il modello di Nash contiene due soli parametri. Di conseguenza, l'aliquota $Q'(t)$ della portata $Q(t)$ è calcolata mediante le espressioni:

$$Q_s(t) = \int p_s(\tau) \cdot u_s(t - \tau) \cdot d\tau \quad (4.2)$$

nella quale la funzione $u_s(*)$ rappresenta l'IUH del modello di ruscellamento superficiale, dato, ancora una volta, dall'espressione

$$u_s(t) = \frac{1}{(n-1)! K_o} \left(\frac{t}{K_o} \right)^{n-1} e^{-\frac{t}{K_o}} \quad (4.3)$$

con

$$n = 3$$

$$K_s = K_o = t_r / 3$$

e

$$p_s(\tau) = C_f \cdot i(t) \cdot A \quad (4.4)$$

A sua volta, l'aliquota $Q_r(t)$ della portata $Q(t)$ è calcolata mediante le espressioni:

$$Q_r(t) = \int p_r(\tau) \cdot u_r(t-\tau) \cdot d\tau \quad (4.5)$$

nella quale la funzione $u_r(*)$ rappresenta l'IUH del modello di deflusso ipodermico affluente alla preassegnata sezione di calcolo idrologico, dato, nel caso specifico, dall'espressione

$$u_r(t) = \frac{1}{K_{ip.}} \cdot e^{-\frac{t}{K_{ip.}}} \quad (4.6)$$

con $K_{ip.}$ costante di invaso relativa al modello di deflusso ipodermico, e

$$p_r(\tau) = [\alpha \cdot (1 - C_r)] \cdot i(t) \cdot A \quad (4.7)$$

in cui α rappresenta l'aliquota della portata infiltratasi che, di fatto, ritorna in alveo per deflusso ipodermico ($0 \leq \alpha \leq 1$).

I parametri del modello sono stati scelti secondo le modalità di seguito riportate:

- Ruscellamento superficiale: parametri C_r e t_r identici a quelli riportati in Tabella 1 della Parte II;
- Deflusso ipodermico: $\alpha = 0.10$; $K_{ip.} = 60 \cdot K_o$

I valori assegnati ai parametri relativi al deflusso ipodermico possono essere giustificati alla luce delle seguenti considerazioni:

- a) solo una piccola aliquota dell'acqua infiltratasi nei terreni va a costituire un deflusso ipodermico e, di questo, solo un'aliquota presumibilmente molto ridotta ritorna in alveo;

- b) la risposta della falda superficiale all'evento meteorico è molto più lenta e ritardata di quanto non si abbia per il ruscellamento superficiale, per cui può porsi $K_{ip.} = 20 \cdot t_r$;
- c) da sopralluoghi effettuati in sito, è stato possibile osservare che, effettivamente, una volta terminato l'evento meteorico, i livelli idrici vengono a ridursi dapprima velocemente nel tempo e, poi, molto più lentamente, venendo praticamente a cessare solo dopo alcuni giorni.

4. COSTRUZIONE DELLA CURVA DI DURATA MEDIA DELLE PORTATE

L'applicazione del modello di trasformazione degli eventi meteorici prima generati in idrogrammi consente, di fatto, di costruire, anno per anno, la curva di durata delle portate e, a partire da queste ultime, la curva media di durate delle portate, di estrema utilità per la valutazione delle possibilità di autodepurazione dei corsi d'acqua e per la valutazione della capacità media annua di trasporto solido sia nei corsi d'acqua che nei tratti rivestiti di canali e nelle fognature.

Allo scopo di costruire la curva di durata delle portate relativa al singolo anno, si è proceduto a:

- a) individuare un certo numero di valori di portata ritenuti significativi ai fini delle successive elaborazioni (cento valori);
- b) valutare, per ciascuno di questi valori della portata, per ciascun idrogramma generato, il tempo complessivo per cui quel determinato valore della portata è superato;
- c) calcolare, mediante la somma dei tempi ottenuti per ciascun idrogramma generato, la durata complessiva, all'interno dell'anno, per cui quella data portata è superata;
- d) scalare tali durate, qualora superiori ai 365 giorni, in proporzione alla durata per cui la portata minima è superata, in modo da ottenere che la portata minima è superata, al massimo, per 365 giorni all'anno

- e) riportare in diagramma, in ascisse, le portate prese a riferimento e, in ordinate, le durate complessive per cui quelle portate sono superate.

Allo scopo, infine, di individuare la curva media di durata delle portate, si è provveduto ad individuare, a pari valore della portata, la media aritmetica delle durate di superamento di quella stessa portata, provvedendo poi a diagrammare tale curva di durata media delle portate per la sezione di interesse situata sul Rio dei Lanzi.

L'andamento di tale curva è riportato nelle successive Figure 4.3 e 4.4.

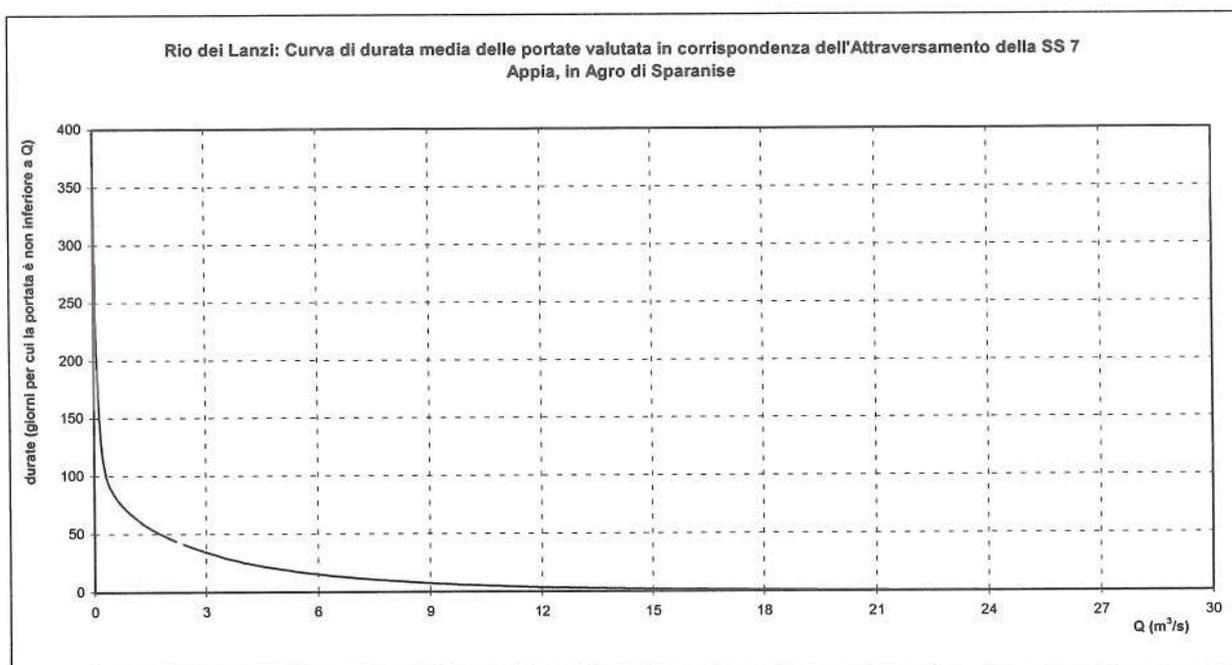


Figura 4.3 – Rio dei Lanzi: Curva media di durata delle portate

Rio dei Lanzi: Curva di durata media delle portate valutata in corrispondenza dell'Attraversamento della SS 7 Appia, in Agro di Sparanise

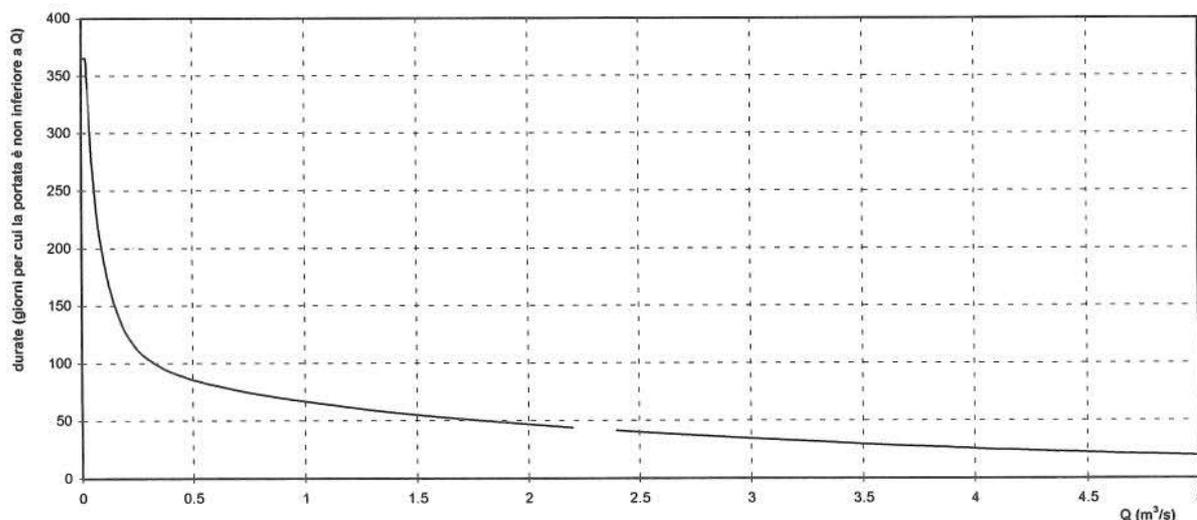


Figura 4.4 – Rio dei Lanzi: Curva media di durata delle portate – Ingrandimento per portate ridotte

Da tali curvi si evince che le portate defluenti nel Rio dei Lanzi dovrebbero risultare senz'altro tali da poter raccogliere, senza inconvenienti, le modeste portate scaricate dalla centrale termoelettrica della Calenia Energia (circa 4 l/s).

Il valore della portata media annua, risultato, a sua volta, pari a circa 380 l/s, è, comunque, tale da consentire al corso d'acqua una buona capacità di autodepurazione.

Bibliografia citata

Rossi F., Villani P. (1994). *Valutazione delle piene in Campania*. Pubblicazione del CNR-GNDICI, Linea 1- U.O. 1.9 – Dipartimento di Ingegneria Civile, Università di Salerno.

Schaake J.C., Geyer J.C., Knapp J.W. (1967). *Experimental examination of the rational method*. Journal of Hydraulic Division, ASCE, 93(6), p. 353-370.

- Rossi F. (1974). *Criteri di similitudine idrologica per la stima della portata al colmo di piena corrispondente ad un assegnato periodo di ritorno*. Atti del XIV Convegno di Idraulica e Costruzioni Idrauliche, Napoli.
- Pianese D., Rossi F. (1986). *Curve di possibilità di laminazione delle piene*. Il Giornale del Genio Civile, Fascicolo 4°- 5°- 6° - Aprile – Maggio – Giugno, p 131-148.
- Marone V. (1964). *Calcolo di massima dell'effetto di laminazione di un serbatoio sulle piene*. L'Energia Elettrica, n.10.
- Marone V. (1971). *Calcolo di massima di un serbatoio di laminazione*. L'Energia Elettrica, n.9.
- Todorovic P., Yevjevich V. (1969). *Stochastic Process of Precipitation*, Hydrologic Papers of the Colorado State University, Paper 35, p. 1-61.
- Kavvas M. L., Delleur J.W. (1981). *A Stochastic Cluster Model of Daily Rainfall Sequences*. Water Resour. Res., 17-3, p. 1151-1160.
- Rodriguez-Iturbe I., Gupta V. K., Waymire E. (1984). *Scale Considerations in the Modelling of Temporal Rainfall*. Water Resour. Res., 20-11, p. 1611-1619.
- Rodriguez-Iturbe I., Febres De Power B., Valdes J.B. (1987). *Rectangular Pulses Process Model for Rainfall: Analysis of Empirical Data*, J. Geophys. Res., 92-D8, p. 9645-9656.
- Bacchi B., Burlando P., Rosso R. (1989). *Extreme Value Analysis of Stochastic Models of Temporal Rainfall*. Third Scientific Assembly of IAHS, Baltimora, Maryland.
- Bacchi B., Brath A., Maione U. (1993). *Sul dimensionamento delle reti di drenaggio con le metodologie dell'evento critico*. Idrotecnica 1, 33-42.
- Borga M., Da Ros D. (1990). *Elaborazioni delle stime di precipitazioni ottenute da radar per applicazioni di modellistica idrologica*, Atti del XXV Convegno di Idr. e Costruz. Idrauliche , Vol. 1, p. 40-51.
- Calenda G., Napolitano F. (1990). *Dipendenza delle stime dei parametri dei modelli a cluster di Neyman-Scott della scala di aggregazione: primi risultati*. Atti del XXV Convegno di Idr. e Costruz. Idrauliche , Vol. 1, p. 88-99.

- Entekhabi D., Rodriguez-Iturbe I., Eagleson P.S. (1989). *Probabilistic Representation of the Temporal Process by a Modified Neyman-Scott Rectangular Pulses Model: Parameter Estimation and Validation*. Water Resour. Res., 25-2, p. 295-302.
- Gupta V. K., Waymire E. (1979). *A Stochastic Kinematic Study of Subsynchronous Space-Time Rainfall*. Water Resour. Res., 15-3, p. 637-644.
- Lanza, L., Siccardi F. (1996). *Sulla modellazione stocastica delle strutture spazio temporali dei campi di precipitazione intense vincolate all'osservazione*. Atti del XXV Convegno di Idr. e Costruz. Idrauliche, Vol. 1, p. 217-228.
- Parzen, E. (1962). *Stochastic Processes*. Holden-Day, San Francisco, California.
- Pezzoli, A. (1996). *Metodologie attuali per le previsioni di eventi alluvionali nei bacini idrografici*. Torino, Atti del XXV Convegno di Idr. e Costruz. Idrauliche, Vol. 1, p. 40-51.
- Siccardi, F., Minciardi F. (1990). *Contenuto predittivo delle immagini da satellite geostazionario nella valutazione degli effetti al suolo di campi di precipitazione intensa*. Atti del XX Convegno di Idr. e Costruz. Idrauliche, Vol. 3, p. 441-455.
- Sirangelo B., Versace P. (1990). *Stima dei parametri e intervalli di aggregazione nei modelli puntuali di precipitazione*. Atti del XXII Convegno di Idr. e Costruz. Idrauliche, Cosenza, Vol. 3, p. 441-455.