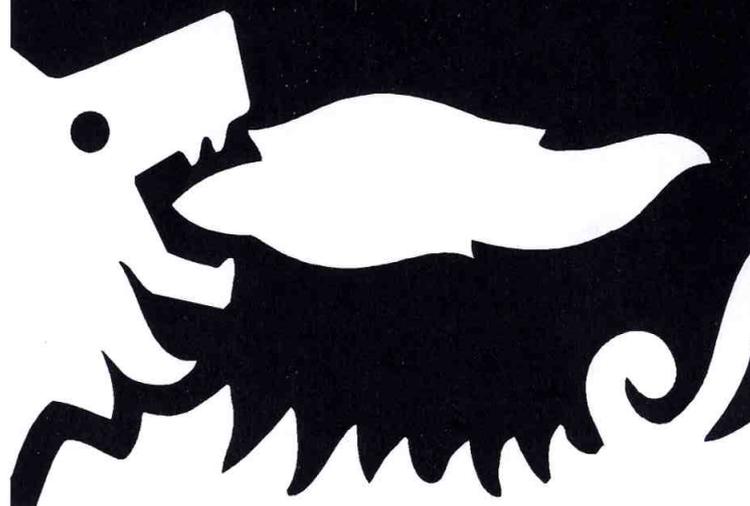


	Eni S.p.A. Divisione Exploration & Production	Doc. SAOP/111 STUDIO DI IMPATTO AMBIENTALE PROGETTO DI COLTIVAZIONE CAMPO ANNAMARIA	Appendice E
---	--	--	-------------

APPENDICE E

CAMPO DI ANNAMARIA MODELLO ELASTO-PLASTICO DI SUBSIDENZA

EXPLORATION & PRODUCTION DIVISION



CAMPO DI ANNAMARIA
Modello Elasto-Plastico di Subsidenza

Report TERA 16/2007
04/06/2007



Campo di Annamaria

Modello Elasto-plastico di Subsidenza

DISTRIBUTION: GEAU
DPME

AUTHORS

Name	Dept.
F. Bottazzi <i>Francesco Bottazzi</i>	TERA
G. Cammarata <i>Giuseppe Cammarata</i>	TERA
S. Monaco <i>Stefano Monaco</i>	TERA

Date: 04/06/2007

		<i>S. Mantica</i>	<i>P. Consonni</i>
0	Rapporto Finale	S. Mantica	P. Consonni
REV	DESCRIPTION OF REVISIONS	CHECKED BY	APPROVED BY



Indice

Indice	2
Lista delle figure	3
Sommario	4
1 Introduzione	6
2 Costruzione e validazione della griglia agli elementi finiti	8
2.1 Griglia corner point Eclipse FD	8
2.2 Costruzione della griglia Abaqus FE	9
2.3 Validazione della griglia FE: simulazioni elastiche lineari	10
3 Proprietà dei materiali	12
3.1 Densità bulk della roccia e stato di sforzo iniziale	12
3.2 Peso specifico dei fluidi	14
3.3 Indice dei vuoti iniziale	14
3.4 Densità dry della roccia	14
3.5 Compressibilità edometrica	15
3.6 Leggi costitutive e principali proprietà meccaniche	16
3.6.1 Regione porosa	16
3.6.2 Regione non porosa	16
3.6.3 Riassunto delle proprietà meccaniche	17
4 Regioni, inizializzazione e storia di pressione	19
4.1 Definizione delle regioni	19
4.2 Inizializzazione dello stato tensionale	20
4.3 Evoluzione della pressione	21
5 Risultati delle simulazioni elasto-plastiche	24
Bibliografia	29
I. Appendice: Modello di Cam-Clay Modificato	30

Lista delle figure

Figura 1 – Curve di iso-subsidenza per lo scenario di riferimento al 2038.....	5
Figura 2 – Posizione del campo di Annamaria.	6
Figura 3 – Campo di Annamaria. Discretizzazione in Eclipse.....	8
Figura 4 – Linee di iso-subsidenza per i due modelli elastici: Abaqus e semi-analitico.	11
Figura 5 – Profilo del density e sonic log per i pozzi Annamaria 1 (rosso) and Annamaria 2 (blu)..	13
Figura 6 – Profilo del density log interpolato per il pozzo Annamaria 1.	13
Figura 7 – Suddivisione in regioni: gas (rosso), acqua (blu) e non porosa (bianco).	19
Figura 8 – Vista 3D della zona a gas (livelli 1-44).	20
Figura 9 – Riproduzione delle condizioni edometriche previste dal MCCM in Eclipse.	22
Figura 10 – Assegnazione delle pressioni nel modello agli elementi finiti.	23
Figura 11 – Evoluzione nel tempo del valore di massima subsidenza.	24
Figura 12 – Mappa di subsidenza al 2038 per lo scenario M2.	26
Figura 13 – Andamento al 2038 della linea di iso-subsidenza dei 2 cm per i quattro scenari considerati.....	26
Figura 14 – Evoluzione nel tempo della linea dei 2 cm per gli scenari L, M e U.	27
Figura 15 – Evoluzione nel tempo della linea dei 2 cm per lo scenario di riferimento.	27
Figura 16 – Linea di normalcompressione e linea di carico-scarico.	31
Figura 17 – Curva di normalcompressione (iso-NCL), di compressione monoassiale (uniaxial-CL) e linea dello stato critico (CLS).	32
Figura 18 – (a) superficie di snervamento del modello di Cam-Clay Modificato nel piano $p':q$; (b) linea di normalcompressione, linea dello stato critico e linea carico-scarico.	33

Sommario

Il presente rapporto illustra lo studio geomeccanico relativo al campo di Annamaria, effettuato con lo scopo di valutare quantitativamente la subsidenza indotta dalla futura coltivazione del giacimento.

Le informazioni relative alla geometria del giacimento, le proprietà petrofisiche e l'evoluzione delle pressioni sono state ottenute dallo studio Eclipse allargato per includere gli acquiferi soggetti a depressurizzazione e relativo al caso con 16 pozzi (B2-Case1), che è stato considerato come scenario di riferimento in [1].

La produzione inizia il primo Gennaio 2009 e termina il 31 Dicembre 2038 ma lo studio dinamico è stato prolungato fino al 2060 (a pozzi chiusi) in modo da considerare la depressurizzazione dell'acquifero.

Per tenere conto delle principali incertezze cui sono soggetti i dati utilizzati nelle simulazioni, sono stati presi in considerazione quattro differenti scenari, legati a quattro leggi di variazione della compressibilità edometrica rispetto allo sforzo efficace (§3.5):

- legge media (M);
- legge media con fattore 2 (M2);
- quantile superiore al 97.5% (U);
- quantile inferiore 2.5% (L).

In particolare, secondo quanto discusso nel §3.5, lo scenario M2 è stato adottato come riferimento.

Al 2038 lo scenario di riferimento (M2) prevede un valore massimo di subsidenza di 90 cm. La massima estensione della linea di iso-subsidenza dei 2 cm è di circa 12 km (Figura 1).

Considerando gli scenari analizzati, alla luce delle conoscenze odierne si può affermare che nel 2038 il valore massimo di subsidenza causata dall'estrazione del gas naturale sarà compreso tra i 17 e i 123 cm (al livello di confidenza del 95%). La massima estensione della curva di iso-subsidenza dei 2 cm risulta pressoché equivalente per tutti e quattro i casi e corrisponde al valore di 12 km.

Nel 2060 il valore massimo di subsidenza sarà compreso tra i 16 e i 118 cm (al livello di confidenza del 95%). Anche in questo caso, la massima estensione della curva di iso-subsidenza dei 2 cm risulta equivalente per tutti gli scenari analizzati e pari a 15km.

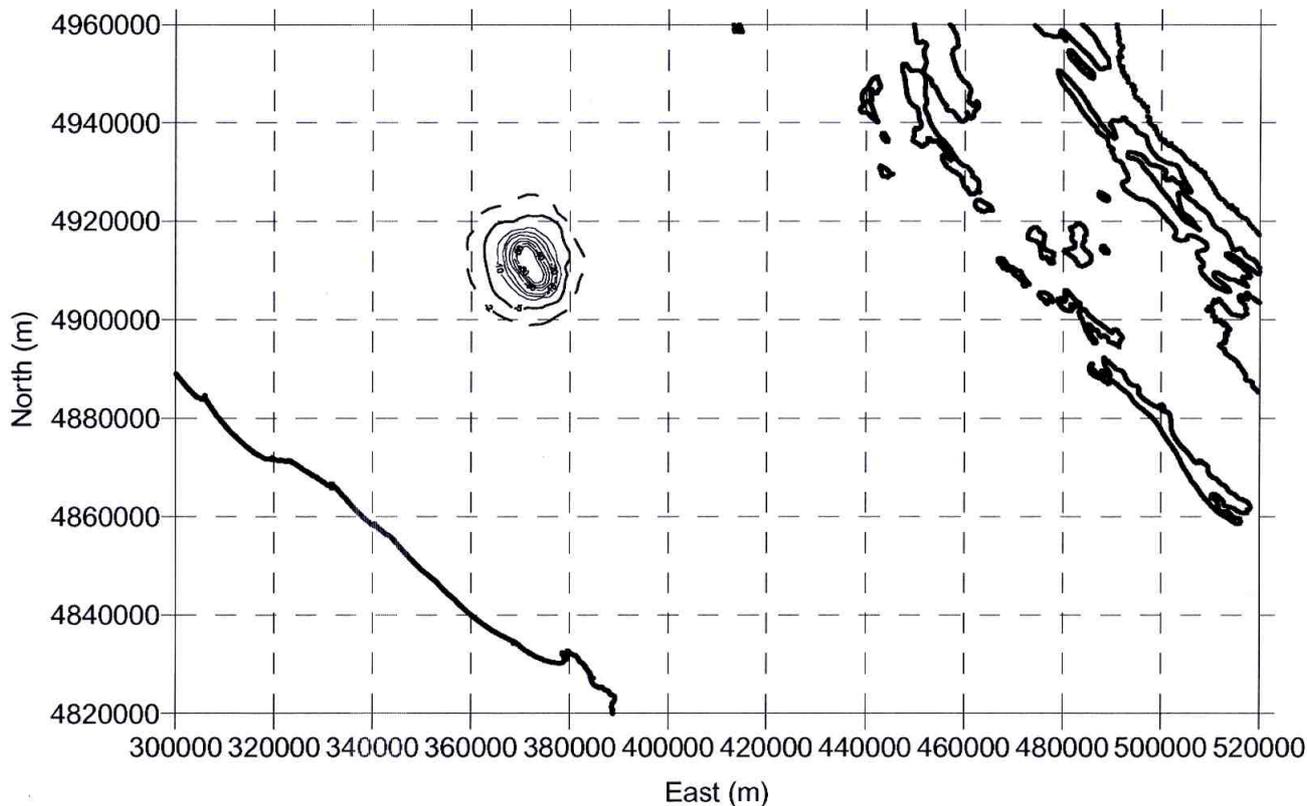


Figura 1 – Curve di iso-subsidenza per lo scenario di riferimento al 2038.

In Tabella 1 sono riportati, al 2038 e al 2060, i risultati ottenuti per i quattro scenari considerati in termini di valore di massima subsidenza ed estensione della linea dei 2 cm.

Tabella 1 – Risultati finali: massima subsidenza ed estensione del fenomeno.

Scenario	Max sub (cm) @2038	Max ext (km) @2038	Max sub (cm) @2060	Max ext (km) @2060
L	17	12	16	15
M	47	12	45	15
U	123	12	118	15
M2	90	12	86	15

E' importante notare che il fenomeno di subsidenza si esaurisce, per tutti gli scenari considerati, ad oltre 35 chilometri di distanza dalla linea di costa.

1 Introduzione

Il campo di Annamaria è situato nel Mare Adriatico, tra l'Italia e la Croazia (Figura 2); il giacimento è stato scoperto nel 1979 con il pozzo Annamaria 1 che rivelò mineralizzazione a gas.



Figura 2 – Posizione del campo di Annamaria.

Il campo entrerà in produzione il primo Gennaio del 2009. La produzione terminerà il 31 Dicembre 2038 ma lo studio dell'evoluzione delle pressioni è stato protratto fino al 2060 per considerare l'effetto della ripressurizzazione del giacimento e del drawdown nell'acquifero dopo la chiusura dei pozzi.

Le informazioni relative alla geometria del giacimento, le proprietà petrofisiche e l'evoluzione delle pressioni sono state ottenute dal modello dinamico, con riferimento allo scenario B2-Case1 (16 pozzi) descritto in [1], condotto con il software Eclipse [2], modificato dal team di lavoro che ha condotto lo studio, al fine di comprendere l'acquifero all'interno della griglia di simulazione. Il caso originale infatti, possedeva un acquifero analitico che è stato sostituito con un acquifero fisico equivalente. Inoltre, nel modello di giacimento sono state adottate le stesse comprimibilità del modello geomeccanico attraverso l'implementazione di tabelle isteretiche di variazione del volume poroso in funzione della tensione efficace.

Lo studio geomeccanico è stato condotto usando il codice ad elementi finiti Abaqus [3], considerando un modello costitutivo elasto-plastico di tipo Cam-Clay Modificato, e si è articolato nelle seguenti fasi:

- sulla base della griglia a differenze finite (FD) del modello Eclipse è stata costruita una griglia ad elementi finiti (FE) per la regione del giacimento. La griglia FE è stata quindi estesa in modo

da includere nella discretizzazione over-, under- e side-burden così da applicare correttamente le condizioni al contorno;

- sono quindi state effettuate una serie di simulazioni di tipo elastico lineare, utilizzando diverse discretizzazioni ed estensioni della griglia ad elementi finiti e confrontando le soluzioni con i risultati di una modellazione di tipo semi-analitico; questa analisi ha permesso di selezionare la griglia di modello più opportuna per le successive simulazioni elasto-plastiche;
- sono state quindi eseguite simulazioni Abaqus utilizzando il modello costitutivo di Cam-Clay Modificato, impiegando come storia di carico l'evoluzione della pressione calcolata dal modello Eclipse.

2 Costruzione e validazione della griglia agli elementi finiti

La costruzione della griglia agli elementi finiti adottata dal modello geomeccanico si è articolata nelle seguenti fasi:

- sulla base della griglia *corner point* alle differenze finite del modello Eclipse è stata costruita una griglia ad elementi finiti per la regione del giacimento;
- la griglia FE è stata quindi estesa così da applicare correttamente le condizioni al contorno;
- è stata costruita una soluzione di riferimento con il modello semi-analitico;
- la griglia FE è stata quindi validata attraverso il confronto con la soluzione di riferimento.

2.1 Griglia *corner point* Eclipse FD

Le informazioni riguardo la geometria del modello sono state estratte dal file .GRID, contenente la maglia di calcolo Eclipse, e processate in modo da costruire la griglia agli elementi finiti nella zona del giacimento. La Figura 3 riporta una veduta dall'alto di un layer del giacimento. In essa è evidente la grande estensione della griglia di simulazione dinamica dopo l'inclusione degli acquiferi.

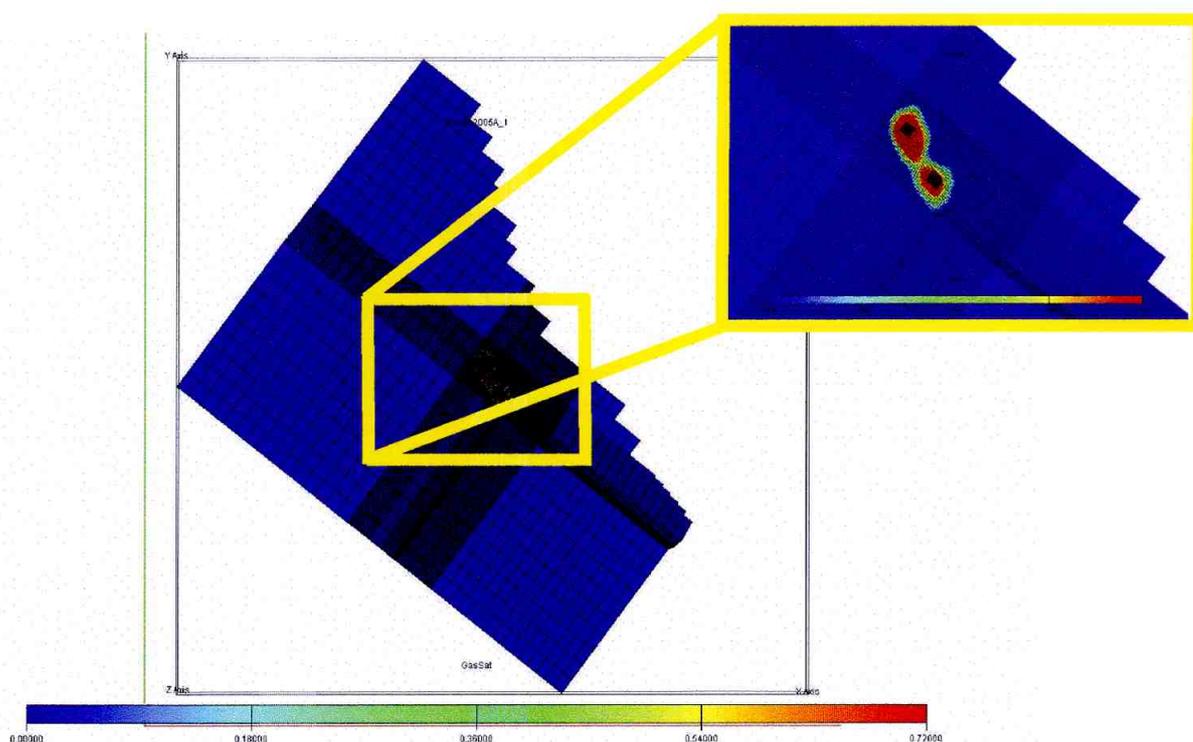


Figura 3 – Campo di Annamaria. Discretizzazione in Eclipse.

2.2 Costruzione della griglia Abaqus FE

Il modello Eclipse è composto da 55x113x152 celle nelle direzioni I, J e K rispettivamente, per un totale di 944680 celle. Considerato che il modello agli elementi finiti deve essere ulteriormente allargato, è stato necessario effettuare un processo di upscaling per limitare il numero finale di gradi di libertà.

Dato che la consistenza del modello geomeccanico con il modello dinamico è fondamentale per una corretta assegnazione delle proprietà dei materiali e dell'evoluzione della pressione, uno dei principali obiettivi nel passaggio dal modello Eclipse a quello agli elementi finiti è di conservare più informazioni possibile della griglia originale. Nella procedura di upscaling sono stati perciò uniti tra loro solo layer con proprietà omogenee e simili storie di pressione. La discretizzazione verticale per la regione del giacimento risultante da questa fase consta quindi di 57 livelli, come mostrato in Tabella 2.

Tabella 2 – Discretizzazione verticale da Eclipse ad Abaqus.

Abaqus reservoir layer	Eclipse layer						
1	1 – 4	16	52 – 56	31	79 – 81	46	122 – 124
2	5 – 8	17	57 – 57	32	82 – 82	47	125 – 125
3	9 – 11	18	58 – 58	33	83 – 85	48	126 – 128
4	12 – 12	19	59 – 60	34	86 – 88	49	129 – 129
5	13 – 13	20	61 – 61	35	89 – 91	50	130 – 131
6	14 – 22	21	62 – 63	36	92 – 94	51	132 – 133
7	23 – 25	22	64 – 65	37	95 – 96	52	134 – 136
8	26 – 26	23	66 – 67	38	97 – 97	53	137 – 139
9	27 – 30	24	68 – 68	39	98 – 101	54	140 – 143
10	31 – 33	25	69 – 69	40	102 – 104	55	144 – 144
11	34 – 38	26	70 – 70	41	105 – 105	56	145 – 148
12	39 – 41	27	71 – 71	42	106 – 108	57	149 – 152
13	42 – 42	28	72 – 73	43	109 – 109		
14	43 – 46	29	74 – 75	44	110 – 112		
15	47 – 51	30	76 – 78	45	113 – 121		

Anche in direzione orizzontale è stato attuato un processo di upscaling, unendo tra loro un differente numero di celle a seconda della distanza dal centro del reservoir. Questo processo ha seguito lo schema riportato in Tabella 3. E' importante notare che nella zona centrale e in corrispondenza delle due culminazioni la griglia non è stata upscalata in direzione orizzontale.

Tabella 3 – Schema di upscaling orizzontale nelle direzioni I e J.

	I direction						
start	1	5	11	25	32	46	52
end	4	10	24	31	45	51	55
merges	2	1	2	1	2	1	2

	J direction								
start	1	7	16	24	30	46	54	100	104
end	6	15	23	29	45	53	99	103	113
merges	2	1	2	1	2	1	2	1	2

Il modello Eclipse originale [1] copriva un'area di circa $8 \times 17 \text{ km}^2$. Il modello dinamico è stato allargato orizzontalmente al fine di comprendere gli acquiferi soggetti a depressurizzazione a seguito della produzione del campo, ottenendo un'estensione di $60 \times 73 \text{ km}^2$. Il modello geomeccanico è stato infine esteso ulteriormente in orizzontale fino a coprire un'area di circa $110 \times 110 \text{ km}^2$.

La griglia originale è stata estesa verticalmente in modo da comprendere la regione che va dal fondomare fino ad una profondità di 5000 m. Il modello è stato diviso in 5 layer dal top del reservoir fino alla superficie (overburden) e in 4 layer dal bottom del reservoir fino al basamento (underburden).

La griglia agli elementi finiti risulta così costituita da $41 \times 74 \times 66$ (200244) elementi e 211050 nodi per un totale di 750732 gradi di libertà.

Questo modello preliminare è stato inizializzato associando al materiale un comportamento elastico-lineare imponendo la variazione di pressione da inizio a fine produzione in un unico step in modo da verificare la correttezza del procedimento di gridding e dell'assegnazione delle condizioni al contorno.

2.3 Validazione della griglia FE: simulazioni elastiche lineari

Allo scopo di verificare la correttezza delle procedure utilizzate nella costruzione della griglia e nell'assegnazione delle condizioni al contorno, nonché nell'attribuzione delle pressioni ai nodi del modello (si veda il §4.3), sono state condotte varie simulazioni assegnando al materiale un comportamento di tipo elastico-lineare, con proprietà meccaniche omogenee e isotrope.

Sotto queste ipotesi, il modello ad elementi finiti deve riprodurre quanto ottenuto da un'equivalente simulazione di tipo semi-analitico [4] basata sul concetto di *nucleo di deformazione* [5].

Nella soluzione semi-analitica ciascuna cella della griglia Eclipse costituisce un *nucleo di deformazione* e contribuisce alla subsidenza in funzione del proprio volume, della propria depressurizzazione e della posizione rispetto al punto di osservazione. Il principio di sovrapposizione degli effetti permette quindi di ricavare una soluzione di riferimento in termini di subsidenza superficiale indotta dalla compattazione del giacimento.

Le informazioni riguardo la geometria del giacimento e le sue proprietà durante la produzione (in particolare la storia di pressione) sono estratte direttamente dallo studio dinamico condotto con il software Eclipse.

Il valore di compressibilità edometrica utilizzato nella simulazione semi-analitica è stato determinato tramite la relazione riportata nel §3 ed è calcolato come valore medio su tutta la formazione: $c_m = 8.9 \times 10^{-5} \text{ bar}^{-1}$. Il rapporto di Poisson è posto pari a 0.3 ed è stata considerata la depressurizzazione nell'intero intervallo temporale interessato dalla produzione.

Le simulazioni agli elementi finiti sono state eseguite associando al materiale, considerato omogeneo e isotropo, una legge costitutiva di tipo elastico-lineare caratterizzata dallo stesso valore di c_m utilizzato nella simulazione semi-analitica.

La griglia descritta nel §2.2 e usata nei modelli elasto-plastici è il risultato di uno studio approfondito, con numerose simulazioni su discretizzazioni differenti, che ha coinvolto come parametri l'estensione areale e verticale della griglia e l'accorpamento orizzontale delle celle del modello FD. Il modello finale così costruito è caratterizzato da un numero contenuto di gradi di libertà e, al contempo, presenta una buona corrispondenza con la soluzione semi-analitica.

I risultati ottenuti in termini di linee di iso-subsidenza per la griglia prescelta sono mostrati in Figura 4 insieme alla soluzione semi-analitica. E' evidente una buona corrispondenza tra i due modelli che ha portato alla scelta della suddetta griglia per le successive simulazioni elasto-plastiche.

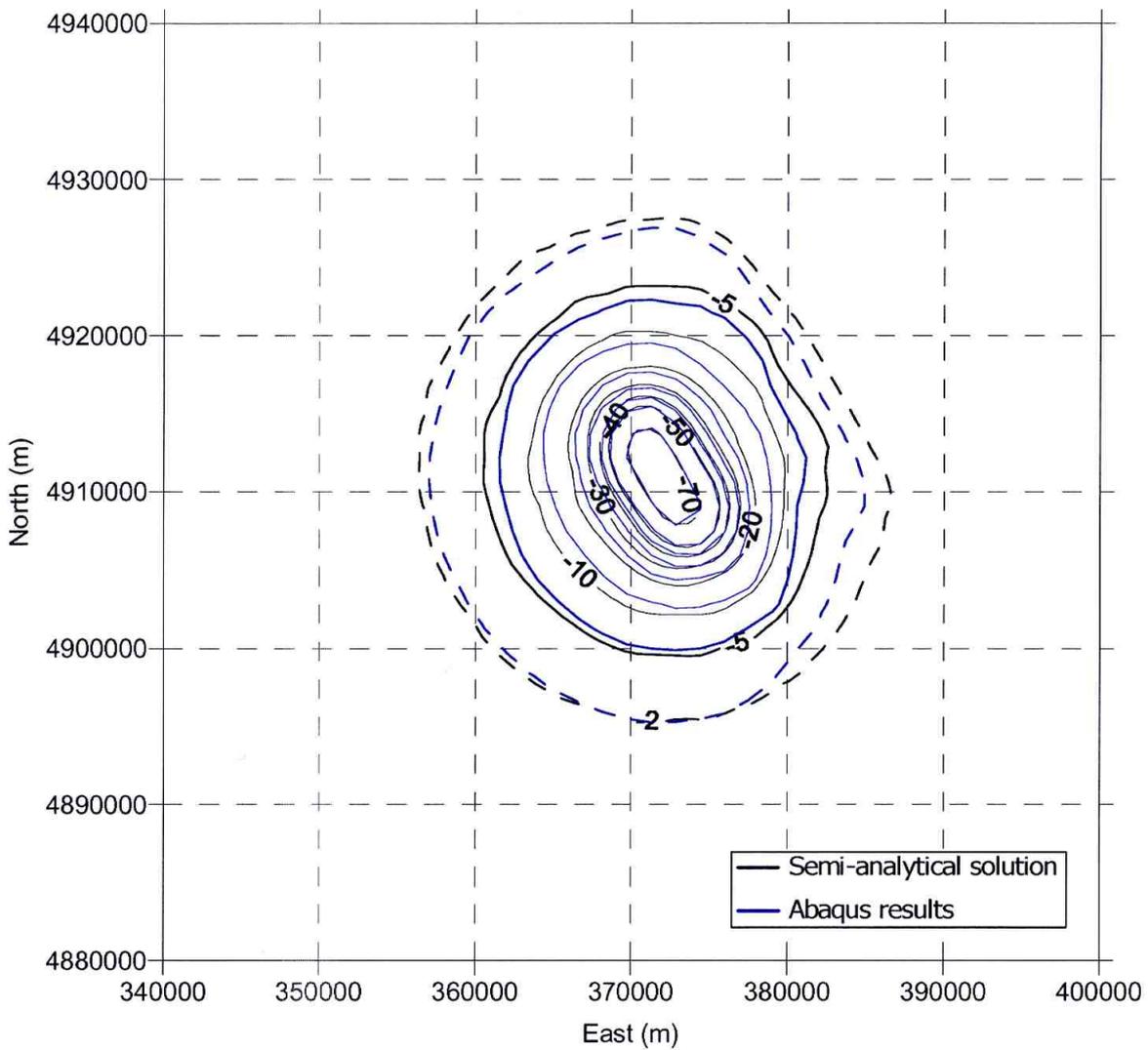


Figura 4 – Linee di iso-subsidenza per i due modelli elastici: Abaqus e semi-analitico.

3 Proprietà dei materiali

Vengono descritte di seguito le proprietà dei materiali e dei fluidi assegnate nelle simulazioni elasto-plastiche ad elementi finiti.

3.1 Densità bulk della roccia e stato di sforzo iniziale

La definizione dello stato di sforzo iniziale nel campo di Annamaria è stata focalizzata sulla valutazione del gradiente di overburden. L'assenza di dati di "leak-off", "minifrac" e "formation integrity test", infatti, non ha permesso il calcolo dello sforzo orizzontale minimo e si è perciò assunta una condizione orizzontale isotropa, valutata a partire dalla tensione verticale.

Il gradiente di overburden, che fornisce lo sforzo verticale, è stato derivato dai density e sonic log dei pozzi Annamaria 1 e Annamaria 2.

Il confronto tra il density e sonic log per i pozzi Annamaria 1 e Annamaria 2 ha mostrato (Figura 5) per il primo una maggiore estensione dei dati acquisiti associata ad un buon adattamento con il secondo. Annamaria 1 è stato perciò scelto come pozzo di riferimento. In esso la registrazione del density log è stata effettuata da 304 m mdrt a 1927 m mdrt.

Partendo da questi dati è perciò stato possibile calcolare un profilo continuo di densità (Figura 6) definito attraverso le seguenti relazioni:

$$\rho(\text{kg} / \text{m}^3) = \begin{cases} 1030.0 & z < 58 \text{ m} & (3-1) \\ 1291.2 \cdot z^{0,0781} & 58 < z < 1778 \text{ m} & (3-2) \\ 2695.9 & z > 1778 \text{ m} & (3-3) \end{cases}$$

ove le profondità sono misurate in metri TVD ("true vertical depth") ed è stata considerata una profondità del fondale marino pari a 58 metri.

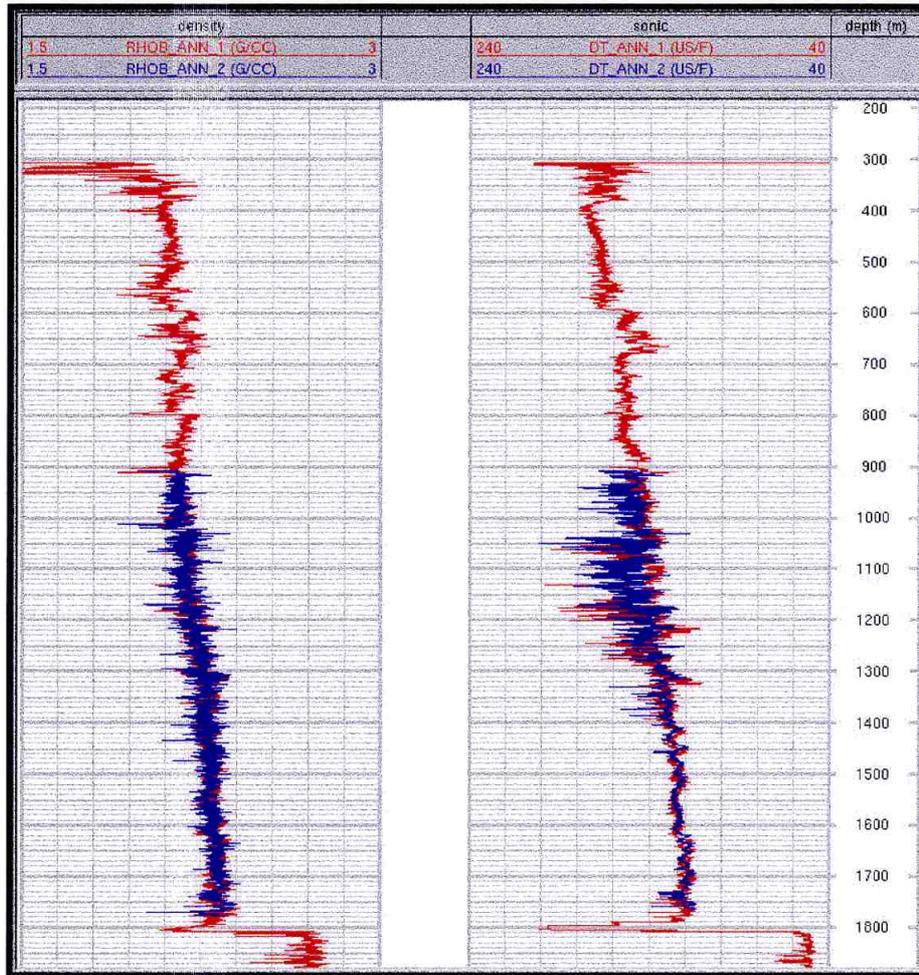


Figura 5 – Profilo del density e sonic log per i pozzi Annamaria 1 (rosso) and Annamaria 2 (blu).

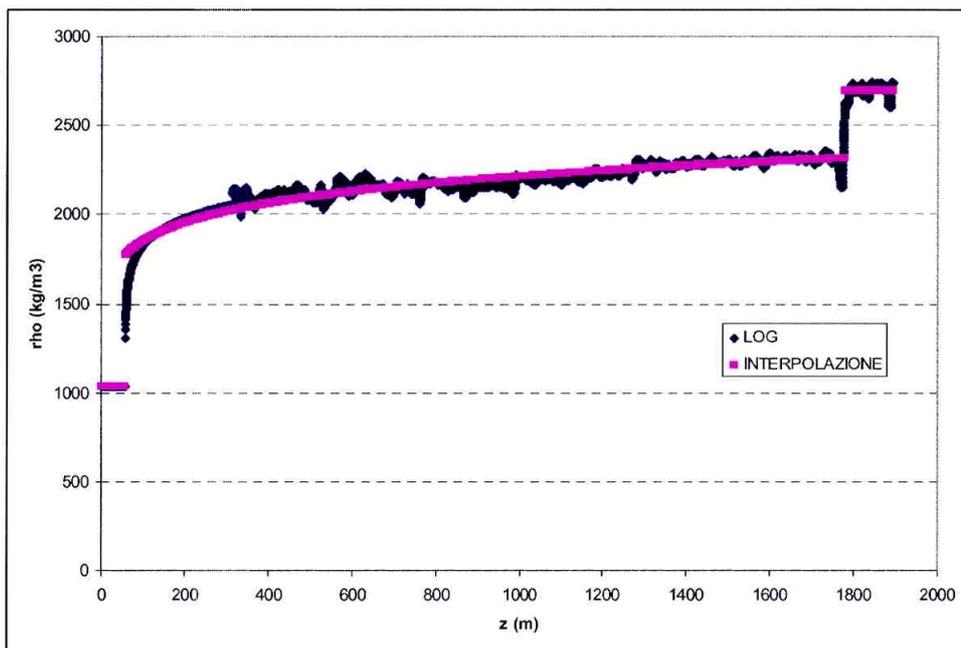


Figura 6 – Profilo del density log interpolato per il pozzo Annamaria 1.

3.2 Peso specifico dei fluidi

Nelle regioni porose è necessario fornire il valore del peso specifico dei fluidi saturanti. Per ciascuna regione idro-meccanica il valore di γ_f (gas o acqua) è stato considerato costante. Esso è stato determinato partendo dalla profondità del gas-water contact (GWC) e dalla distribuzione iniziale delle pressioni calcolata dal modello Eclipse. I valori iniziali di pressione e GWC sono stati estratti, per ciascun layer, dalla sezione EQUIL del data file di Eclipse (Tabella 4).

Tabella 4 – Profondità (ZGWC) e pressioni (PGWC) dei contatti gas-acqua per ciascun layer.

Initial layer	Final layer	ZGWC	PGWC	Initial layer	Final layer	ZGWC	PGWC
-	-	m	bar	-	-	M	bar
1	4	947.9	94.56	76	78	1234.9	127.6
5	8	1011.5	101.87	79	81	1242.0	128.4
9	12	1024.1	103.3	82	82	1245.3	128.8
13	13	1031.1	104.1	83	85	1245.3	128.8
14	22	1038.6	105.0	86	88	1288.0	133.7
23	25	1052.8	106.6	89	91	1292.4	134.2
26	30	1102.1	112.3	92	94	1307.9	136.0
31	33	1107.5	113.0	95	97	1325.2	138.0
34	38	1133.0	115.8	98	101	1351.0	140.9
39	42	1143.2	117.0	102	105	1364.9	142.5
43	46	1151.1	117.9	106	109	1398.7	146.4
47	51	1158.8	118.8	110	121	1438.6	151.0
52	56	1169.9	120.1	122	125	1711.1	200.6
57	58	1182.6	121.6	126	129	1714.2	200.7
59	61	1197.8	123.3	130	131	1718.2	200.7
62	63	1204.5	124.1	132	133	1720.0	200.6
64	65	1207.5	124.4	134	136	1721.3	200.7
66	67	1210.3	124.7	137	139	1729.9	202.3
68	69	1214.2	125.2	140	144	1733.9	202.4
70	71	1218.7	125.7	145	148	1742.2	202.5
72	73	1226.2	126.6	149	152	1746.1	202.6
74	75	1230.8	127.1				

3.3 Indice dei vuoti iniziale

L'indice dei vuoti iniziale e , che deve essere assegnato nelle differenti regioni del modello agli elementi finiti, è stato ottenuto, per ciascuna regione, dalla porosità ϕ definita nel file .INIT di Eclipse attraverso la relazione $e = \phi / (1 - \phi)$.

3.4 Densità dry della roccia

Nelle regioni non porose la densità bulk della roccia è stata fornita in forma tabulare come funzione della profondità secondo le relazioni illustrate al §3.1. Nelle regioni porose deve essere fornito il valore della densità dry ρ_d calcolata attraverso la formula:

$$\rho_d = \rho - \frac{\phi \cdot \gamma_f}{g} \quad (3-4)$$

dove ϕ è la porosità, g l'accelerazione di gravità e γ_f il peso specifico del fluido saturante. Per ciascuna regione porosa la densità dry viene fornita in forma tabulare in funzione della profondità usando i valori di ϕ e γ_f definiti per quelle regioni.

3.5 Compressibilità edometrica

Il valore di compressibilità edometrica assegnato nel modello è stato determinato attraverso la relazione fornita dalla CSI¹ per l'area dell'Adriatico [6].

Questa relazione, ricavata da valori di compressibilità calcolati su alcuni campi dell'Adriatico dotati di marker radioattivi, assume la seguente forma:

– quantile inferiore (al 2.5%; scenario L):

$$c_m = 0.01367 \cdot 10^{-0.467} \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434} \quad (3-5)$$

– valore intermedio (scenario M):

$$c_m = 0.01367 \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434} \quad (3-6)$$

– quantile superiore (al 97.5% U):

$$c_m = 0.01367 \cdot 10^{0.467} \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434} \quad (3-7)$$

dove σ'_v è lo sforzo efficace verticale espresso in bar e c_m coefficiente di compressibilità edometrica espresso in bar^{-1} .

Lo sforzo verticale efficace è stato calcolato tramite:

$$\sigma'_v = \sigma_v - p, \quad (3-8)$$

dove σ_v è lo sforzo verticale totale e p la pressione dei pori. La pressione dei pori è stata estratta dallo studio di Eclipse alla profondità di riferimento mentre lo sforzo verticale totale σ_v è stato calcolato a partire dalla densità del materiale espressa attraverso le relazioni mostrate nel §3.1.

Scenario di riferimento:

La relazione intermedia sopra definita (scenario M) dovrebbe servire per costruire la soluzione di riferimento poiché rappresenta il valore più probabile di compressibilità. Tuttavia, poiché esistono in letteratura delle indicazioni che tale relazione possa sottostimare il valore di compressibilità edometrica per i livelli più superficiali, si è deciso di considerare un ulteriore scenario di simulazione maggiormente cautelativo (M2), introducendo un fattore “2” per profondità inferiori a 1500 m come suggerito in [7]. Si ottiene così la legge impiegata nella costruzione della soluzione di riferimento (scenario M2):

¹ CSI: Commissione Scientifica Internazionale per lo studio della subsidenza, composta da esperti internazionali e presieduta dal Prof. E. Boschi (INGV), nominata da Eni all'inizio del 2003 per l'analisi dei fenomeni di abbassamento del suolo legati alla produzione di idrocarburi.

$$c_m = \begin{cases} 2 \cdot 0.01367 \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434} & z < 1500m \\ 0.01367 \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434} & z \geq 1500m \end{cases} \quad (3-9)$$

3.6 Leggi costitutive e principali proprietà meccaniche

Le leggi costitutive utilizzate nel modello geomeccanico sono differenti regione per regione, in relazione al tipo di elementi utilizzati in Abaqus per descrivere la zona del giacimento e dell'acquifero (C3D8P, elementi stress/displacement/pressure) e lo spazio circostante (C3D8, elementi stress/displacement).

3.6.1 Regione porosa

Il modello costitutivo usato nelle simulazioni elasto-plastiche è quello di Cam-Clay Modificato, brevemente descritto nell'Appendice I. Vengono perciò assegnate le seguenti proprietà:

- λ pendenza della retta di normal-compressione nel piano $e:\ln p'$;
- e_N intercetta della retta di normal-compressione nel piano $e:\ln p'$;
- κ pendenza della retta di carico-scarico nel piano $e:\ln p'$;
- ν rapporto di Poisson;
- M pendenza della retta di stato critico nel piano $q:p'$.

dove e è l'indice dei vuoti, q il deviatore degli sforzi e p' la tensione efficace media. Per ciascuna regione porosa la pendenza λ (Eq. I-4 of Appendice I) è stata ottenuta partendo dal corrispondente indice dei vuoti iniziale e_{ini} e dalla compressibilità edometrica c_m :

$$\lambda = c_m (1 + e_{ini}) \sigma'_{v,ini} \quad (3-10)$$

Per il modello di Cam-Clay Modificato il valore e_N è legato a e_{K0} attraverso l'Eq. I-14 (Appendice I). e_{K0} è l'intercetta della linea di compressibilità edometrica nel piano $e:\ln p'$ e può essere calcolata, regione per regione, usando il valore λ e considerando condizioni iniziali edometriche:

$$e_{K0} = e_{ini} + \lambda \ln p'_{ini} \quad (3-11)$$

Il valore di κ che descrive il comportamento del materiale nella fase di carico-scarico è stato assunto pari ad 1/3 di λ . Questo valore è considerato corretto da diversi autori per questa particolare area [8]. Il rapporto di Poisson è stato posto pari a 0.3, mentre la pendenza M della linea di stato critico è stata posta pari a 1.33, corrispondente ad un angolo di attrito di 33°.

3.6.2 Regione non porosa

Le regioni non porose (over-, under- e side-burden) sono caratterizzate da una legge costitutiva di tipo elastico-lineare. I parametri che le caratterizzano sono il modulo di elasticità E e il rapporto di Poisson ν . In accordo con le informazioni disponibili sulla litologia e sulla stratigrafia dell'overburden, la compressibilità edometrica dei primi 5 livelli è stata calcolata tramite le relazioni descritte al §3.5 e il rapporto di Poisson ν è stato posto pari a 0.3. Le proprietà del side-burden sono state poste uguali ai corrispondenti livelli nel reservoir. Nell'under-burden, costituito

principalmente da calcare, la compressibilità edometrica è stata posta pari a $2.77 \times 10^{-6} \text{ bar}^{-1}$ in accordo con prove di laboratorio effettuate su analoghe formazioni.

3.6.3 Riassunto delle proprietà meccaniche

In Tabella 5 sono riportati i valori di sforzo totale, la pressione dei pori e le proprietà meccaniche assegnate ai vari livelli nello scenario di riferimento M2. Alcuni layer erano inattivi nel modello originario Eclipse, quindi il valore di compressibilità edometrica è stato ricavato partendo dalle proprietà dei layer contigui.

Tabella 5 – Proprietà assegnate, regione per regione, fuori e dentro il giacimento nello scenario M2.

regioni	profondità media z (m)	sforzo totale verticale σ_v (bar)	pressione dei pori p (bar)	sforzo efficace verticale σ'_v (bar)	c_m M2 (bar ⁻¹)	E M2 (bar)	λ M2
1 overburden	147.7	21.9	14.8	7.1	2.80E-03	266	-
2 overburden	327.1	55.2	32.7	22.5	7.28E-04	1020	-
3 overburden	506.4	91.3	50.6	40.6	3.66E-04	2030	-
4 overburden	685.8	129.1	68.6	60.5	2.30E-04	3225	-
5 overburden	865.2	168.1	86.5	81.6	1.63E-04	4569	-
1 reservoir	984.3	194.0	98.7	95.3	1.35E-04	5513	1.88E-02
2 reservoir	1019.3	201.8	102.8	99.0	1.29E-04	5768	1.82E-02
3 reservoir	1027.9	203.7	103.8	99.9	1.27E-04	5832	1.82E-02
4 reservoir	1031.9	204.6	104.2	100.4	1.27E-04	5861	1.82E-02
5 reservoir	1034.8	205.2	104.6	100.7	1.26E-04	5883	1.82E-02
6 reservoir	1045.3	207.6	105.8	101.8	1.25E-04	5961	1.83E-02
7 reservoir	1055.4	209.8	106.9	102.9	1.23E-04	6036	1.81E-02
8 reservoir	1080.5	215.5	109.8	105.6	1.19E-04	6224	1.80E-02
9 reservoir	1108.5	221.8	113.1	108.7	1.15E-04	6437	1.82E-02
10 reservoir	1122.4	224.9	114.7	110.2	1.14E-04	6543	1.74E-02
11 reservoir	1136.7	228.1	116.3	111.8	1.12E-04	6653	1.78E-02
12 reservoir	1144.3	229.9	117.2	112.7	1.11E-04	6712	1.81E-02
13 reservoir	1146.7	230.4	117.5	112.9	1.10E-04	6730	1.81E-02
14 reservoir	1154.0	232.1	118.3	113.7	1.09E-04	6786	1.78E-02
15 reservoir	1164.0	234.3	119.5	114.8	1.08E-04	6864	1.75E-02
16 reservoir	1175.7	237.0	120.8	116.1	1.07E-04	6955	1.77E-02
17 reservoir	1182.6	238.5	121.6	116.9	1.06E-04	7009	1.72E-02
18 reservoir	1190.6	240.4	122.6	117.8	1.05E-04	7072	1.72E-02
19 reservoir	1199.4	242.4	123.6	118.8	1.04E-04	7141	1.82E-02
20 reservoir	1203.4	243.3	124.0	119.2	1.04E-04	7172	1.82E-02
21 reservoir	1205.0	243.6	124.2	119.4	1.03E-04	7185	1.76E-02
22 reservoir	1208.3	244.4	124.6	119.8	1.03E-04	7212	1.69E-02
23 reservoir	1211.7	245.1	125.0	120.2	1.03E-04	7238	1.71E-02
24 reservoir	1214.6	245.8	125.3	120.5	1.02E-04	7261	1.74E-02
25 reservoir	1216.5	246.2	125.6	120.7	1.02E-04	7276	1.74E-02
26 reservoir	1219.0	246.8	125.8	121.0	1.02E-04	7296	1.71E-02
27 reservoir	1222.5	247.6	126.2	121.4	1.01E-04	7324	1.71E-02
28 reservoir	1226.7	248.6	126.7	121.8	1.01E-04	7358	1.64E-02
29 reservoir	1231.3	249.6	127.3	122.3	1.00E-04	7394	1.66E-02
30 reservoir	1236.2	250.7	127.8	122.9	9.99E-05	7433	1.67E-02



31 reservoir	1241.1	251.9	128.4	123.5	9.94E-05	7472	1.66E-02
32 reservoir	1243.9	252.5	128.7	123.8	9.91E-05	7495	1.66E-02
33 reservoir	1261.3	256.5	130.7	125.7	9.73E-05	7634	1.63E-02
34 reservoir	1284.3	261.7	133.4	128.3	9.50E-05	7820	1.54E-02
35 reservoir	1292.0	263.5	134.3	129.2	9.42E-05	7883	1.67E-02
36 reservoir	1302.7	266.0	135.5	130.4	9.32E-05	7969	1.60E-02
37 reservoir	1318.4	269.6	137.3	132.2	9.17E-05	8098	1.54E-02
38 reservoir	1328.1	271.8	138.5	133.3	9.08E-05	8178	1.53E-02
39 reservoir	1344.7	275.6	140.4	135.2	8.93E-05	8314	1.51E-02
40 reservoir	1361.3	279.4	142.3	137.1	8.79E-05	8452	1.55E-02
41 reservoir	1371.6	281.8	143.5	138.3	8.70E-05	8537	1.54E-02
42 reservoir	1388.2	285.7	145.4	140.2	8.56E-05	8676	1.54E-02
43 reservoir	1409.0	290.4	147.8	142.6	8.39E-05	8850	1.53E-02
44 reservoir	1429.2	295.1	150.1	145.0	8.23E-05	9021	1.51E-02
45 reservoir	1571.8	328.4	166.6	161.7	3.62E-05	20508	7.42E-03
46 reservoir	1706.1	360.0	200.1	159.8	3.67E-05	20266	7.46E-03
47 reservoir	1707.7	360.3	200.3	160.1	3.66E-05	20303	7.51E-03
48 reservoir	1709.1	360.7	200.4	160.3	3.65E-05	20334	7.05E-03
49 reservoir	1710.8	361.1	200.5	160.5	3.65E-05	20373	7.05E-03
50 reservoir	1712.7	361.5	200.7	160.8	3.64E-05	20418	7.50E-03
51 reservoir	1714.4	361.9	200.8	161.1	3.63E-05	20456	7.31E-03
52 reservoir	1715.8	362.2	200.9	161.3	3.63E-05	20488	7.13E-03
53 reservoir	1722.1	363.7	201.5	162.3	3.60E-05	20633	6.96E-03
54 reservoir	1729.5	365.5	202.1	163.4	3.57E-05	20802	7.42E-03
55 reservoir	1733.5	366.4	202.4	164.1	3.56E-05	20896	7.38E-03
56 reservoir	1736.6	367.2	202.6	164.5	3.54E-05	20966	7.20E-03
57 reservoir	1755.7	371.7	204.2	167.5	3.47E-05	21409	8.30E-03
1 underburden	-	-	-	-	2.77E-06	-	-
2 underburden	-	-	-	-	2.77E-06	-	-
3 underburden	-	-	-	-	2.77E-06	-	-
4 underburden	-	-	-	-	2.77E-06	-	-

4 Regioni, inizializzazione e storia di pressione

In questa sezione vengono riportati i criteri per la caratterizzazione delle regioni idro-meccaniche insieme alla definizione delle condizioni iniziali in termini di sforzi e pressione dei pori.

4.1 Definizione delle regioni

Il modello agli elementi finiti è stato costruito considerando due tipi di elementi: porosi in giacimento e negli acquiferi circostanti, non porosi nell'over-, nell'under- e nel side-burden.

In giacimento a ciascun livello corrisponde una regione con specifiche proprietà meccaniche che vengono poi assegnate ai corrispondenti layer nel side-burden.

Nei livelli porosi in cui è presente un contatto gas-acqua viene effettuata una ulteriore suddivisione per permettere ad Abaqus di tener conto delle diverse densità dei fluidi saturanti. Ciascun livello del campo di Annamaria viene perciò diviso in due regioni idro-meccaniche, una sopra (gas) e l'altra sotto (acqua) il contatto. In Figura 7 sono evidenziate, per un livello centrale, le tre regioni ad acqua, non porosa, e a gas. La Figura 8 mostra una veduta 3D dei layer a gas più superficiali.

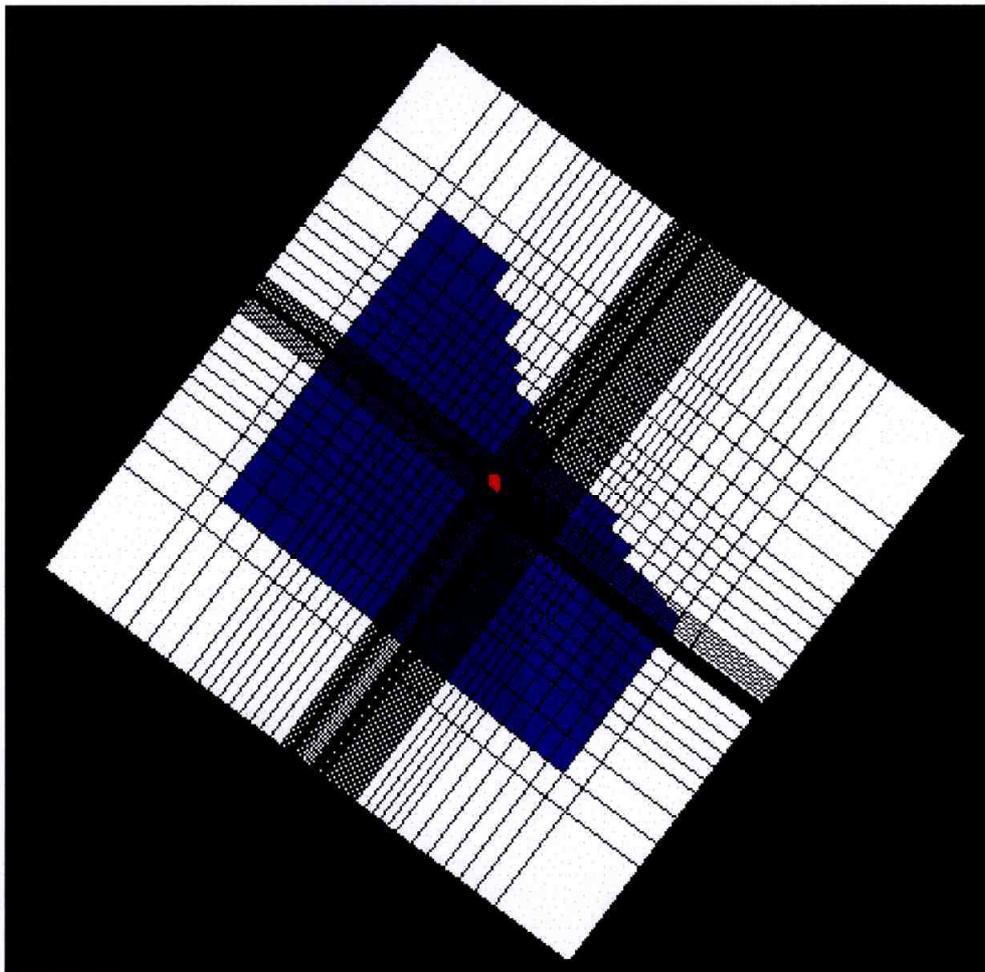


Figura 7 – Suddivisione in regioni: gas (rosso), acqua (blu) e non porosa (bianco).

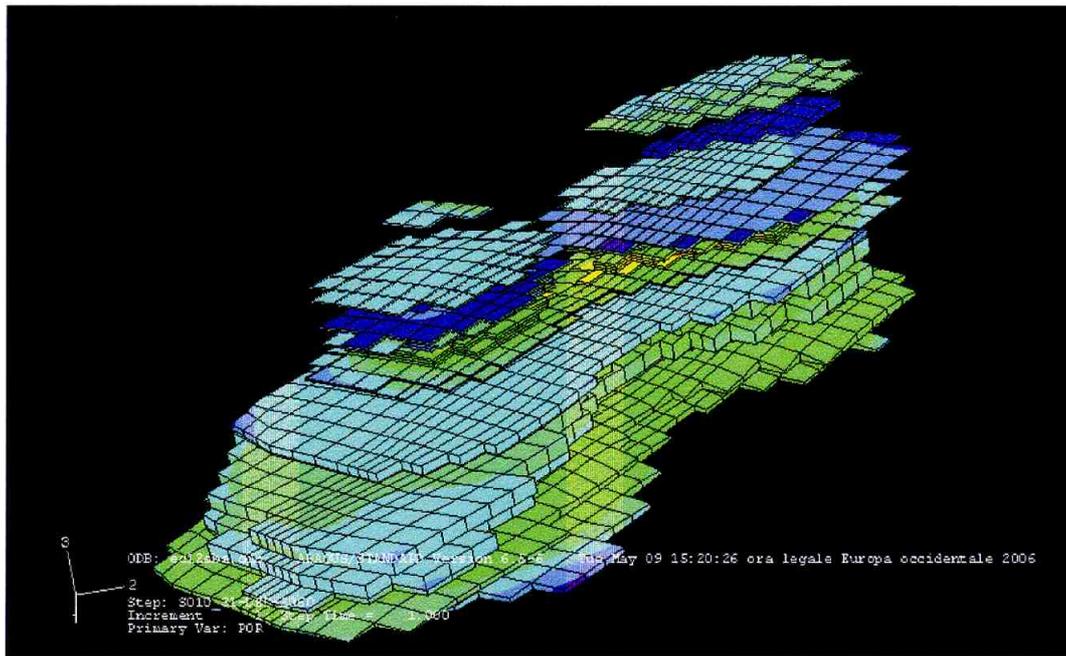


Figura 8 – Vista 3D della zona a gas (livelli 1-44).

4.2 Inizializzazione dello stato tensionale

L' inizializzazione degli *sforzi* si è articolata nelle seguenti fasi:

- viene fornito al modello uno stato di sforzo iniziale di tentativo partendo dalla densità del materiale $\rho(z)$ e dal valore di K_0 calcolato a partire dal rapporto di Poisson;
- la *pressione dei pori* viene imposta pari a quella calcolata da Eclipse, consistente con i contatti gas-acqua e con il peso specifico dei fluidi presenti
- il modello viene equilibrato imponendo queste condizioni iniziali, assumendo un comportamento elastico lineare del materiale e usando l'opzione *GEOSTATIC. Essa viene adottata per verificare che lo stato di sforzo associato al modello sia in equilibrio con le condizioni al contorno e i carichi applicati. In caso contrario l'equilibrio viene raggiunto attraverso una procedura iterativa;
- lo stato di sforzo efficace risultante viene utilizzato per inizializzare la simulazione elasto-plastica;
- all'inizio della simulazione elasto-plastica, quindi, viene nuovamente effettuato uno step geostatico per controllare che si verifichino solo piccole deformazioni.

4.3 Evoluzione della pressione

I valori di pressione per ciascuna cella del modello Eclipse vengono estratti dal file .UNRST agli istanti riportati in Tabella 6.

Tabella 6 – Numero e data del report a cui vengono estratte le pressioni da Eclipse.

report #	date	report #	date
0	1-Jan-2009	21	31-Dec-2025
2	31-Dec-2010	27	31-Dec-2030
4	31-Dec-2011	32	31-Dec-2035
5	31-Dec-2012	36	1-Jan-2039
6	31-Dec-2013	38	31-Dec-2045
7	31-Dec-2014	39	31-Dec-2050
8	31-Dec-2015	41	31-Dec-2060
14	31-Dec-2020		

E' da sottolineare che i campi di pressione del modello Eclipse sono stati stimati utilizzando compressibilità dei pori consistenti con il modello geomeccanico. Sono state infatti implementate nel modello di giacimento, in accordo con le compressibilità dei diversi scenari, quattro tabelle di moltiplicatori di volume poroso isteretici, variabili in funzione dello stress efficace, che permettono di tenere in considerazione il diverso comportamento del materiale in fase di carico e di scarico, come schematizzato in Figura 9.

A partire dalle condizioni di pressione e porosità di riferimento è possibile determinare il corrispondente indice dei vuoti come:

$$e_{ref} = \frac{\phi_{ref}}{1 - \phi_{ref}} \quad (4-1)$$

Definito il parametro λ del modello Cam Clay ed ipotizzando condizioni di lavoro edometriche per la fase di carico vergine, è possibile determinare l'indice dei vuoti a varie condizioni di sforzo verticale efficace (o equivalentemente di pressione dei fluidi) a partire dall'equazione:

$$e(\sigma'_v) = e_{ref} - \lambda \ln \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v,ref}} \right) \quad (4-2)$$

Da questi valori di indice dei vuoti si ricavano i moltiplicatori di volume poroso, da utilizzare nella costruzione delle tabelle Eclipse che descrivono la fase di carico vergine, secondo la relazione:

$$M(\sigma'_v) = \frac{e(\sigma'_v)}{e(\sigma'_{v,ref})} \quad (4-3)$$

Per il calcolo dell'indice dei vuoti nelle fasi di scarico/ricarico, corrispondenti alle diverse curve che si "staccano" dalla linea di carico vergine di Figura 9, è possibile determinare il primo punto a partire dal valore della linea di carico vergine corrispondente a quel valore di sforzo efficace:

$$e_1(\sigma'_{v1}) = e_{ref} - \lambda \ln\left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v,ref}}\right) \quad (4-4)$$

I punti successivi si possono ricavare utilizzando la relazione:

$$e(\sigma'_v) = e_1 - \kappa \ln\left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v,1}}\right) \quad (4-5)$$

in cui il parametro κ , in accordo al modello geomeccanico, è assunto pari a $\lambda/3$.

Il moltiplicatore di volume poroso viene poi calcolato sempre attraverso la relazione (4-3). Ciò porta ad una perfetta consistenza tra la compressibilità utilizzata nel modello di giacimento con quella adottata nel modello geomeccanico.

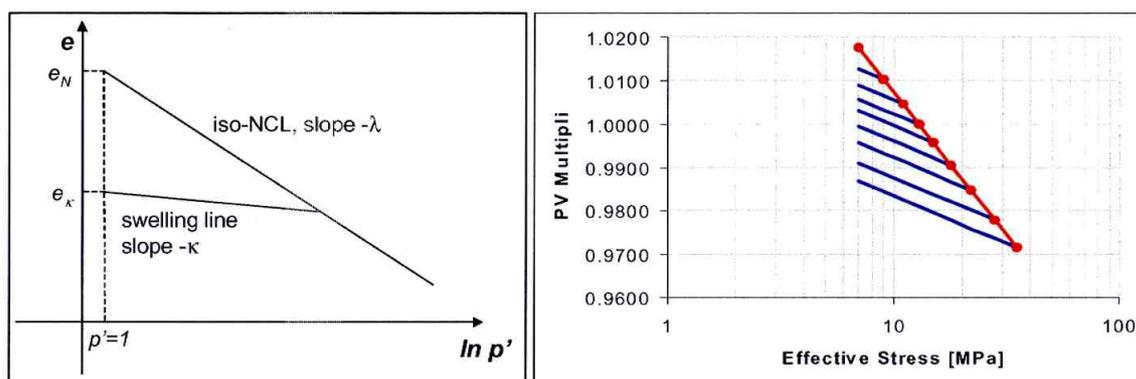


Figura 9 – Riproduzione delle condizioni edometriche previste dal MCCM in Eclipse.

La pressione dei pori \hat{P}_i per ciascun nodo i della griglia agli elementi finiti è ottenuta come media pesata delle pressioni ai baricentri della griglia alle differenze finite secondo la seguente relazione:

$$\hat{P}_i = \frac{\sum_{j=1,8} p_j(i) \cdot porv_j(i)}{\sum_{j=1,8} porv_j(i)} \quad (4-6)$$

dove viene effettuata la somma sulle 8 celle (j) adiacenti all' i -esimo nodo ciascuna delle quali è caratterizzata da una pressione $p_j(i)$ e da un volume poroso $porv_j(i)$ (Figura 10).

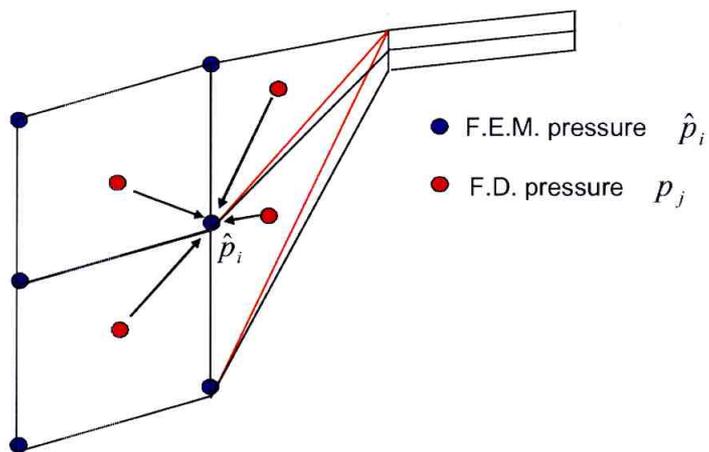


Figura 10 – Assegnazione delle pressioni nel modello agli elementi finiti.

Le pressioni così calcolate vengono imposte come condizioni al contorno ai nodi delle celle porose per gli step di carico delle simulazioni finali.

5 Risultati delle simulazioni elasto-plastiche

In questo paragrafo vengono riportati i risultati in termini di subsidenza superficiale per i quattro scenari considerati. Si ricorda che i casi analizzati si riferiscono a quattro diverse leggi di compressibilità edometrica, secondo quanto descritto in dettaglio nel §3.5.

In Tabella 7 è riportato uno schema dei quattro scenari studiati. Lo scenario di riferimento è denominato M2.

Tabella 7 – Schema degli scenari simulati.

Scenario	c_m (bar ⁻¹)
L	$c_m = 0.01367 \cdot 10^{-0.467} \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434}$
M	$c_m = 0.01367 \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434}$
U	$c_m = 0.01367 \cdot 10^{0.467} \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434}$
M2	$c_m = \begin{cases} 2 \cdot 0.01367 \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434} & z < 1500m \\ 0.01367 \cdot (\sigma'_v)^{-1.16434} & z \geq 1500m \end{cases}$

La Figura 11 mostra l'evoluzione nel tempo del punto di massima subsidenza corrispondente alle coordinate 370723 m E, 4912980 m N UTM-WGS84-15°Greenwich. Come si può notare, la simulazione è stata prolungata di 22 anni dopo la fine della produzione (2038).

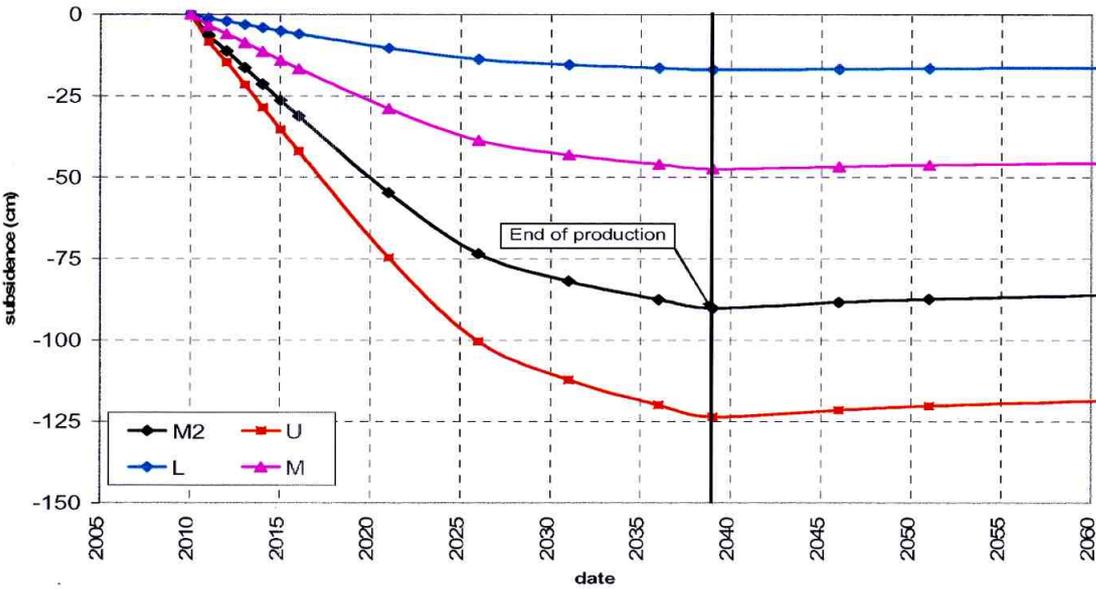


Figura 11 – Evoluzione nel tempo del valore di massima subsidenza.

Lo scenario di riferimento (M2) prevede un valore massimo di 90 cm al 2038 (Figura 12). Lo scenario più conservativo (U) prevede un valore massimo di 123 cm al 2038.

La massima estensione della linea di iso-subsidenza dei 2 cm, equivalente per tutti gli scenari analizzati, è di 12 km.

In Tabella 8 sono riportati i risultati per tutti gli scenari al 2038 e al 2060 in termini di valore massimo di subsidenza e di estensione della linea dei 2 cm.

Tabella 8 – Risultati finali per tutti gli scenari.

Scenario	Max sub (cm) @2038	Max ext (km) @2038	Max sub (cm) @2060	Max ext (Km) @2060
M2	90	12	86	15
L	17	12	16	15
M	47	12	45	15
U	123	12	118	15

Si noti inoltre che, per quanto riguarda l'estensione del fenomeno di subsidenza, viene presa come riferimento la iso-linea dei 2 cm poiché, secondo quanto affermato dalla già citata Commissione Scientifica Internazionale (CSI) presieduta dal professor E. Boschi:

“I risultati delle previsioni di subsidenza vengono normalmente presentati sotto forma di curve di livello di subsidenza. In questo ambito, la linea di iso-subsidenza di 5 centimetri è molto più affidabile e meno dipendente dalle assunzioni modellistiche di quanto sia la linea di iso-subsidenza di 1 centimetro.

Quanto sopra è in accordo con la prassi internazionalmente accettata. Tale, ad esempio, è la prassi adottata nei Paesi Bassi, ove la subsidenza è da sempre causa di preoccupazione, sia per i rischi di danneggiamento delle proprietà a causa delle variazioni del livello della falda dovute alla subsidenza dei polder (aree bonificate) sotto il livello del mare (fino a 5 m sotto MSL) sia in considerazione della difesa litoranea. In questo caso, tutti gli interlocutori (autorità nazionali e locali, gruppi locali ed operatori del giacimento di gas) hanno adottato un sistema per cui i cambiamenti del livello dell'acqua superficiale sono compensati attivamente soltanto quando l'entità della subsidenza è maggiore o uguale a 10 centimetri. L'altezza delle strutture di difesa dal mare (dune, dighe) è regolamentata dalla legge olandese. Nel caso di subsidenza di una diga, dovuta alla produzione di gas, inferiore a 10 centimetri nessuna azione di mitigazione viene generalmente intrapresa.

La segnalazione dei risultati del monitoraggio della subsidenza relativa alla produzione di gas alle autorità (locali) per scopi di controllo è richiesta in molti Paesi. Ad esempio, in Olanda, le società petrolifere devono misurare la subsidenza fino a 30 anni dopo la fine della produzione, seguendo un piano di monitoraggio approvato dallo Stato. I risultati di misura e le previsioni sono segnalati alle Autorità, essendo la linea di iso-subsidenza di 2 centimetri il minimo profilo considerato nelle mappe di previsione. E' riconosciuto (anche a livello di Unione Europea) che la prassi adottata in Olanda è la più cautelativa a tutela dell'ambiente ed a difesa della pubblica incolumità”.

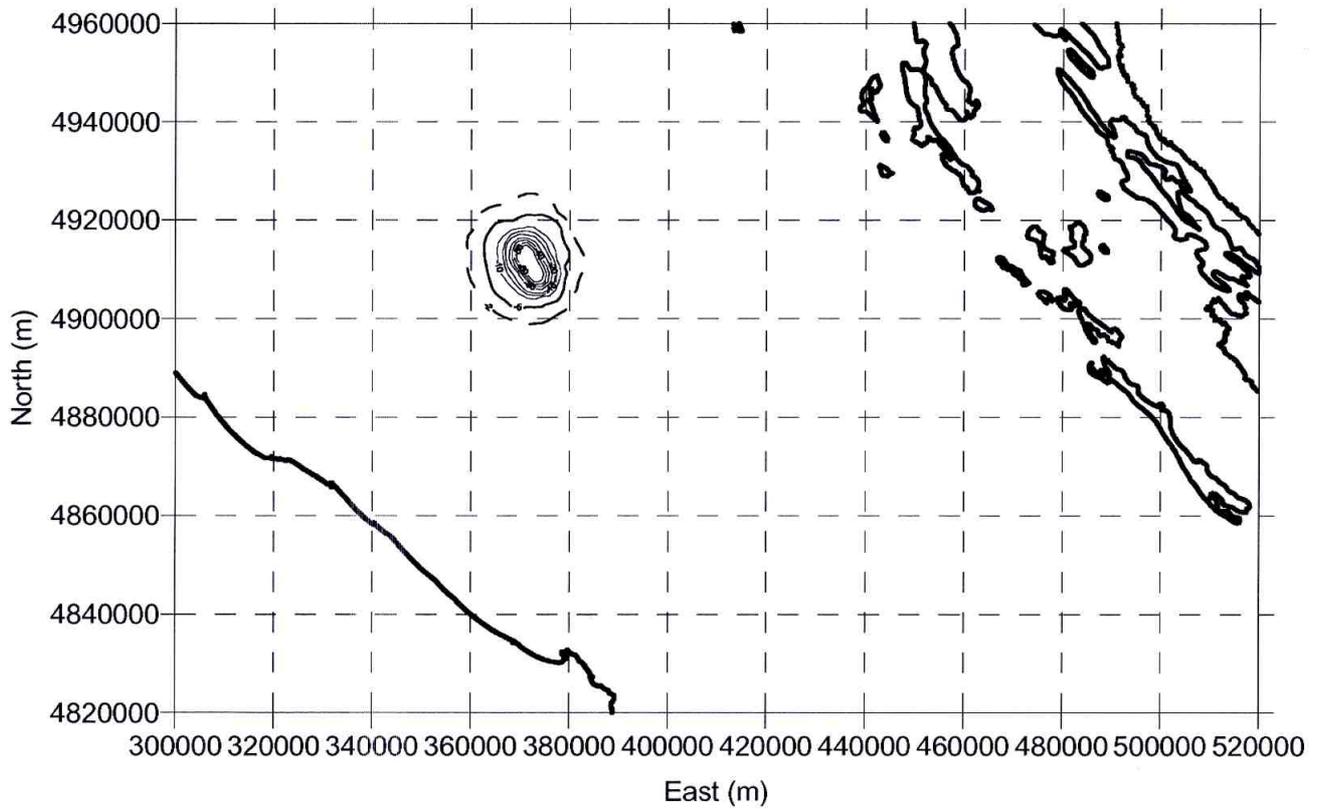


Figura 12 – Mappa di subsidenza al 2038 per lo scenario M2.

In Figura 13 sono riportate le linee di iso-subsidenza dei 2 cm al 2038 per i quattro scenari di riferimento.

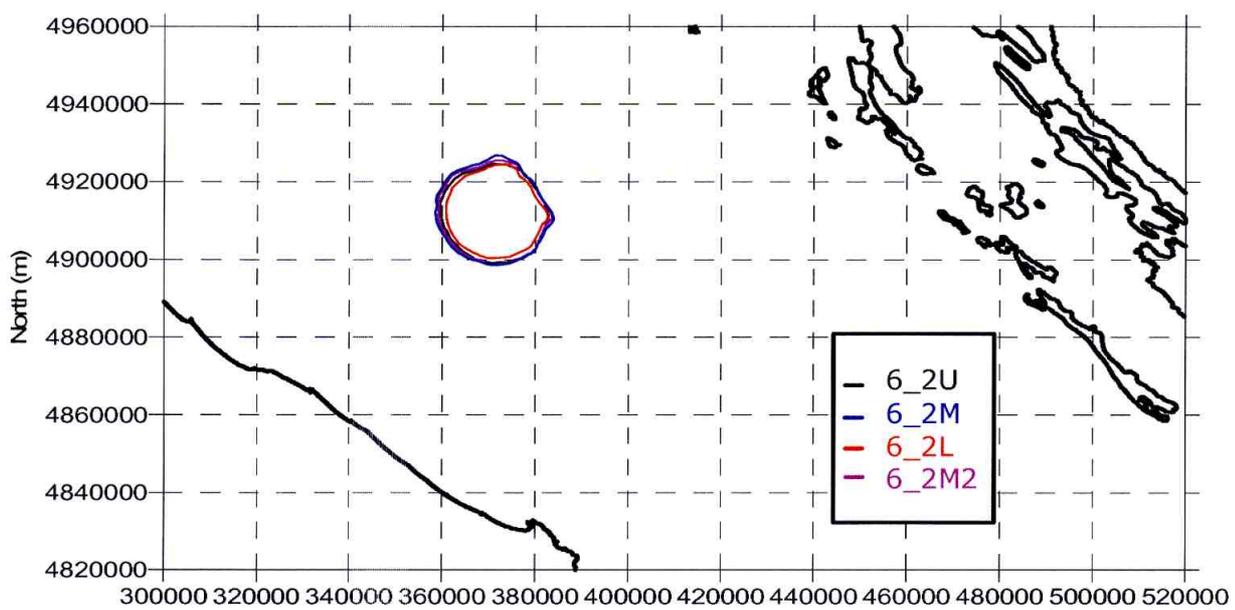


Figura 13 – Andamento al 2038 della linea di iso-subsidenza dei 2 cm per i quattro scenari considerati.

In Figura 14 e Figura 15 è riportata l'evoluzione nel tempo della linea di iso-subsidenza dei 2 cm per tutti gli scenari considerati.

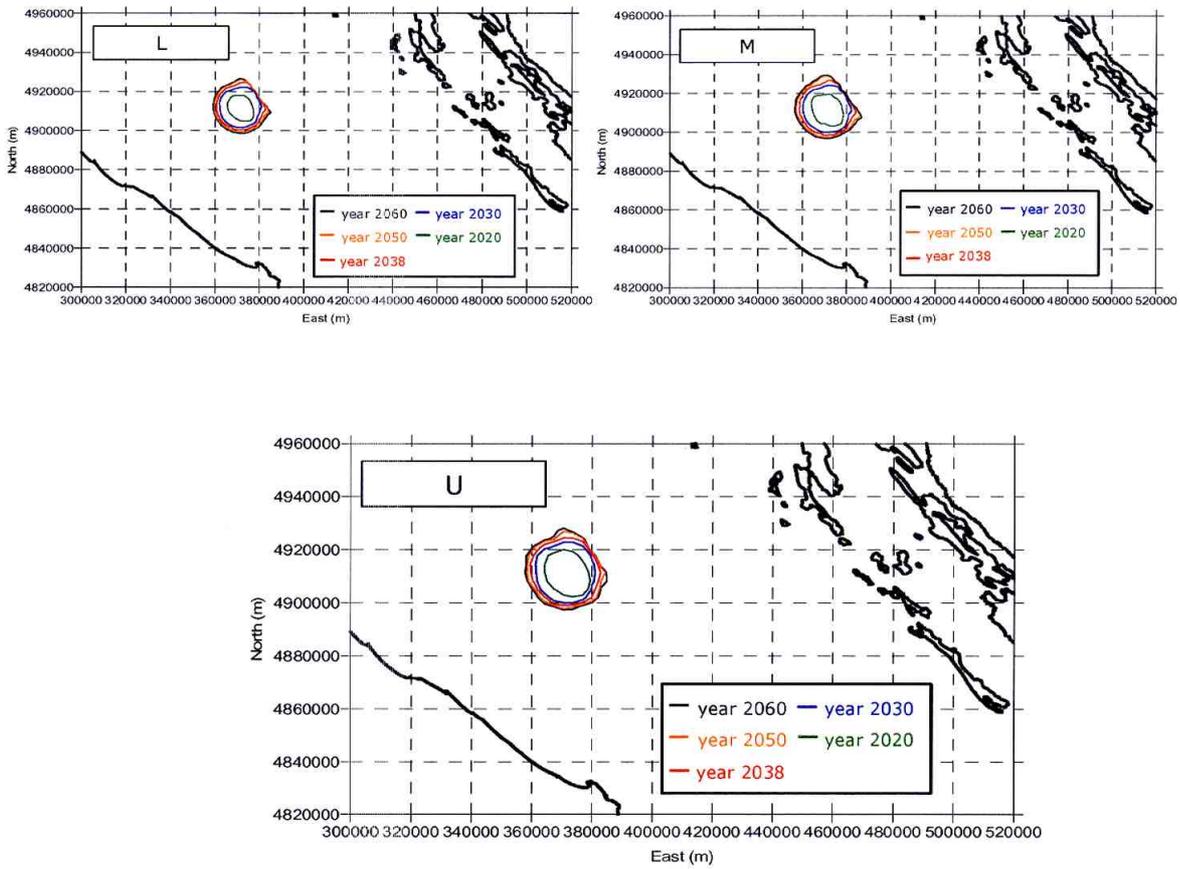


Figura 14 – Evoluzione nel tempo della linea dei 2 cm per gli scenari L, M e U.

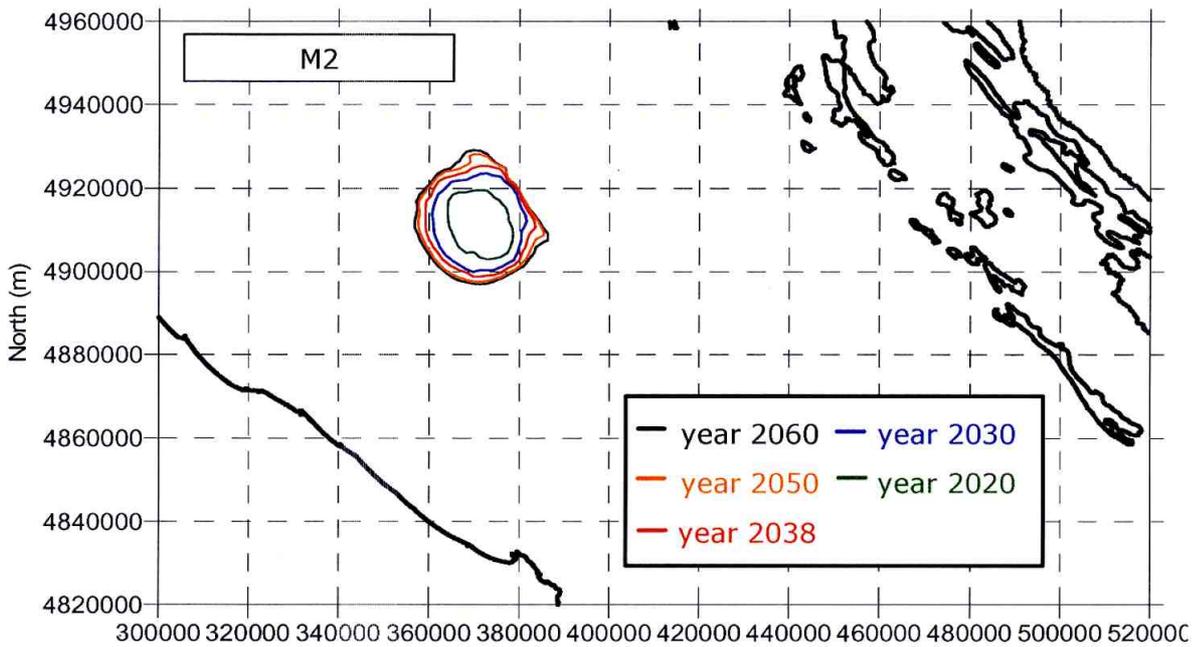


Figura 15 – Evoluzione nel tempo della linea dei 2 cm per lo scenario di riferimento.

Osservando i grafici in Figura 14 e Figura 15 risulta evidente come le linee di iso-subsidenza vadano a convergenza dopo la fine della produzione, a dimostrazione perciò dell'assestamento del fenomeno.

E' importante notare che il fenomeno di subsidenza si esaurisce, per tutti gli scenari considerati, ad oltre 35 km di distanza dalla linea di costa.

In conclusione si può affermare che, alla luce delle conoscenze odierne, nel 2038 il valore massimo di subsidenza causata dall'estrazione del gas naturale sarà compreso tra i 17 centimetri e i 123 cm (al livello di confidenza del 95%). La massima estensione della curva di iso-subsidenza dei 2 cm sarà di circa 12 km.

Nel 2060 il valore massimo di subsidenza sarà compreso i 16 centimetri e i 118 cm (al livello di confidenza del 95%). La massima estensione della curva di iso-subsidenza dei 2 cm sarà di circa 15 km.

Lo scenario di riferimento suggerisce che nel 2038 il valore massimo di subsidenza causata dall'estrazione del gas naturale sarà di circa 90 cm. La curva di iso-subsidenza dei 2 cm si estenderà per circa 12 km. Nel 2060 il valore massimo di subsidenza sarà di circa 86 cm. La curva di iso-subsidenza dei 2 cm si estenderà per circa 15 km.

Bibliografia

1. INA-ENI: *Annamaria Field -ADDENDUM TO RESERVOIR STUDY* - 10/04/2006.
2. Eclipse™, Schlumberger, versione 2005_a1.
3. Abaqus™, Dassault, versione 6.5.
4. J. Geertsma: *The Effect of Fluid Pressure Decline on Volumetric Change of Porous Rocks* – Trans. AIME, 1957, 210, pp-331-340.
5. R.D. Mindlin and D.H. Cheng: *Thermoelastic Stress in the Semi-Infinite Solid*, J. of Applied Physics, Vol. 21, p. 931-933, 1950.
6. T. Hueckel, G. Cassiani, J.H. Prévost and D.A. Walters: *Field Derived Compressibility of Deep Sediments of the Northern Adriatic. Land Subsidence*, Special Volume, Proc. 7th Int. Symp. on Land Subsidence, Shanghai, 2005.
7. M. Ferronato, G. Gambolati, P. Teatini and D. Bau: *Interpretation of Radioactive Marker Measurements To Evaluate Compaction in the Northern Adriatic Gas Field*, SPE Evaluation & Engineering, December 2003.
8. D. Bau, M. Ferronato, G. Gambolati and P. Teatini: *Basin-scale compressibility of the northern Adriatic by the radioactive marker technique*. Géotechnique 52, No. 8, 605–616, 2002.

I. Appendice: Modello di Cam-Clay Modificato

Nelle simulazioni elasto-plastiche il comportamento del materiale che costituisce il giacimento è stato modellizzato attraverso il legame costitutivo di Cam-Clay Modificato. In Abaqus il MCC può essere attivato dalla keyword *CLAY PLASTICITY fornendo al modello i parametri necessari per la simulazione. Nel seguito viene fornita una breve descrizione del modello estratta da Wood¹ e Atkinson et al².

Il comportamento del materiale si differenzia a seconda che i carichi superino quelli massimi mai applicati nel passato e quelli invece che si collocano nella fase di carico-scarico.

In caso di carico vergine e condizioni isotrope vale la seguente relazione (Figura 16):

$$e = e_N - \lambda \ln p' \quad (I-1)$$

dove

- e è l'indice dei vuoti;
- p' è la pressione media efficace, definita, in termini di tensioni principali come $p' = (\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3)/3$;
- λ è la pendenza della linea di normalcompressione (*iso-NCL*);
- e_N è l'intercetta della linea di normalcompressione nel piano $e:\ln p'$.

Per la curva di scarico-ricarico (carico inferiore al valore massimo raggiunto nel passato) vale invece la seguente relazione (Figura 16):

$$e = e_\kappa - \kappa \ln p' \quad (I-2)$$

dove

- e è l'intercetta della retta di carico-scarico nel piano $e:\ln p'$;
- κ è la pendenza della retta di scarico-ricarico.

In condizioni edometriche l'indice dei vuoti e decresce in funzione del logaritmo della p' con pendenza λ secondo la seguente relazione (Figura 17):

$$e = e_{K_0} - \lambda \ln p' \quad (I-3)$$

dove e_{K_0} è l'intercetta della linea di compressione monoassiale nel piano $e:\ln p'$.

Il comportamento del materiale a rottura è descritto dalla linea dello stato critico (CLS) che corrisponde al luogo dei punti dove la banda di taglio si forma senza variazione di sforzo efficace o indice dei vuoti. Nel piano $q:p'$ l'equazione della CLS assume la forma:

$$q = Mp'$$

e la sua proiezione nel piano $e:\ln p'$ (Figura 17):

$$e = e_{cs} - \lambda \ln p'$$

¹ D.M. Wood – Soil behaviour and critical state soil mechanics – Cambridge University Press.

² J.H. Atkinson & P.L. Bransby – The mechanics of soils – University Series in Civil Engineering, McGraw-Hill.

dove e_{cs} è l'intercetta per $p'=1$.

I parametri λ , κ , e_N , e_{K0} , e_{cs} e M devono essere considerati specifici del materiale; il loro valore dipende dal particolare materiale e può essere determinato sperimentalmente.

E' interessante notare la relazione esistente tra la comprimibilità edometrica c_m e le proprietà sopra descritte. Il coefficiente c_m può essere scritto come:

$$c_m = \delta \varepsilon_v / \delta \sigma'_v$$

dove $\delta \varepsilon_v$ è l'incremento della deformazione volumetrica causata dalla variazione di sforzo verticale σ'_v nella fase di compressione monodimensionale. Poichè $\delta \varepsilon_v = -\delta e / (1+e)$, c_m può essere espresso come:

$$c_m = -\frac{\delta e}{(1+e)\delta \sigma'_v}$$

In caso di compressione monodimensionale, $K_0 (= \sigma'_h / \sigma'_v)$, rapporto tra sforzo efficace orizzontale e verticale) ha valore costante, e $\delta \sigma'_v / \sigma'_v = \delta p' / p'$. Inoltre, considerando l'Eq. I-1 si ricava $\delta e = -\lambda \delta p' / p'$. In caso di condizioni di normalconsolidazione il coefficiente c_m può essere scritto come:

$$c_m = \frac{\lambda}{(1+e)\sigma'_v} \tag{I-4}$$

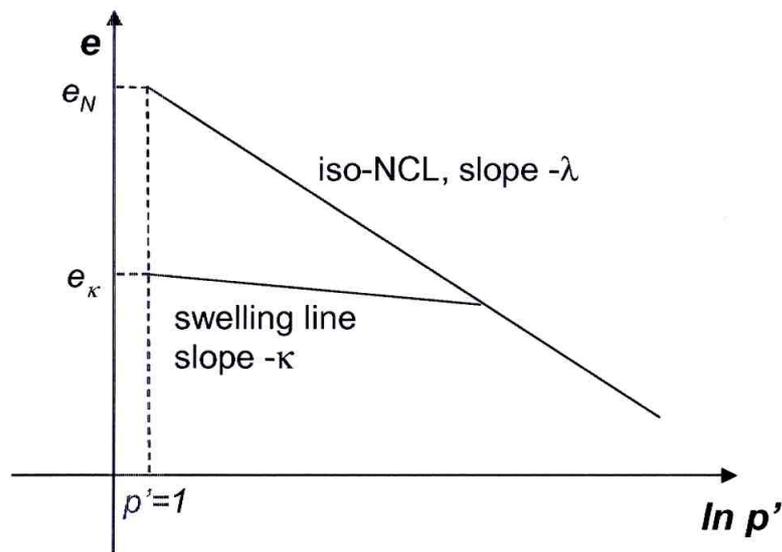


Figura 16 – Linea di normalcompressione e linea di carico-scarico.

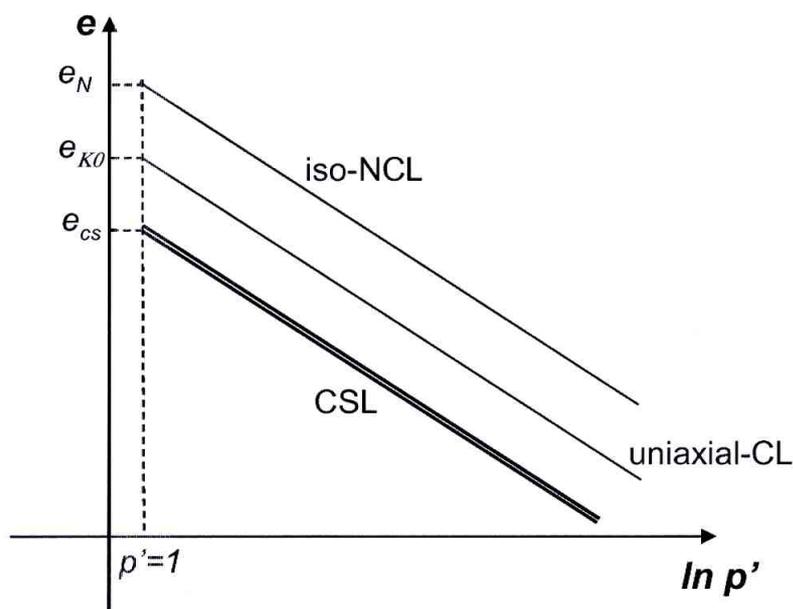


Figura 17 – Curva di normalcompressione (iso-NCL), di compressione monoassiale (uniaxial-CL) e linea dello stato critico (CLS).

La definizione di un modello elasto-plastico richiede la conoscenza di quattro fattori, riportati qui di seguito nel caso specifico del modello di Cam-Clay Modificato:

1. proprietà elastiche
2. superficie di snervamento
3. potenziale plastico e legge di flusso
4. legge di hardening.

Si assume che la risposta *elastica* del materiale possa esprimersi come:

$$\delta \epsilon_v^e = \kappa \frac{\delta p'}{(1+e)p'} \quad (I-5)$$

$$\delta \epsilon_s^e = \frac{\delta q}{3G} \quad (I-6)$$

dove $\delta \epsilon_v^e$ è la deformazione elastica volumetrica, $\delta \epsilon_s^e$ è la deformazione elastica deviatorica and G è il modulo di taglio; L'Eq. I-5 è equivalente all' Eq. I-2 e fornisce the la variazione di volume non permanente dovuta ad una variazione dello sforzo efficace p' mentre l' Eq. I-6 fornisce la deformazione deviatorica non permanente che accompagna ogni cambiamento nello sforzo deviatorico q .

La *superficie di snervamento* è definita, nello spazio tridimensionale $p':q:e$, come la superficie dove si trova il materiale a snervamento. Il modello di Cam-Clay Modificato è caratterizzato da una proiezione della superficie di snervamento sul piano $p':q$ descritta dall'equazione:

$$\frac{q^2}{M^2 p_c'^2/4} + \frac{(p' - p_c'/2)^2}{p_c'^2/4} = 1 \quad (I-7)$$

dove:

- q è lo sforzo deviatorico definito, in termini di sforzi efficaci principali σ_i , come:

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]^{1/2}$$

- M è la pendenza della linea dello stato critico nel piano $p':q$;
- p'_c indica l'estensione della superficie di snervamento come intercetta con l'asse p' .

In Figura 18 (a) è rappresentata sul piano $p':q$ la superficie di snervamento così come descritta dall'Eq. I-7. Quando lo stato di sforzo si posiziona sulla superficie di plasticizzazione si verificano deformazioni plastiche, se esso si colloca al suo interno si verificano deformazioni elastiche mentre non sono ammessi stati di sforzo al di fuori di tale superficie. L'Eq. I-7 descrive una serie di ellissi tutti con la medesima forma (definita da M) che passano per l'origine e la cui estensione è regolata da p'_c ; p'_c corrisponde alla pressione media di preconsolidazione.

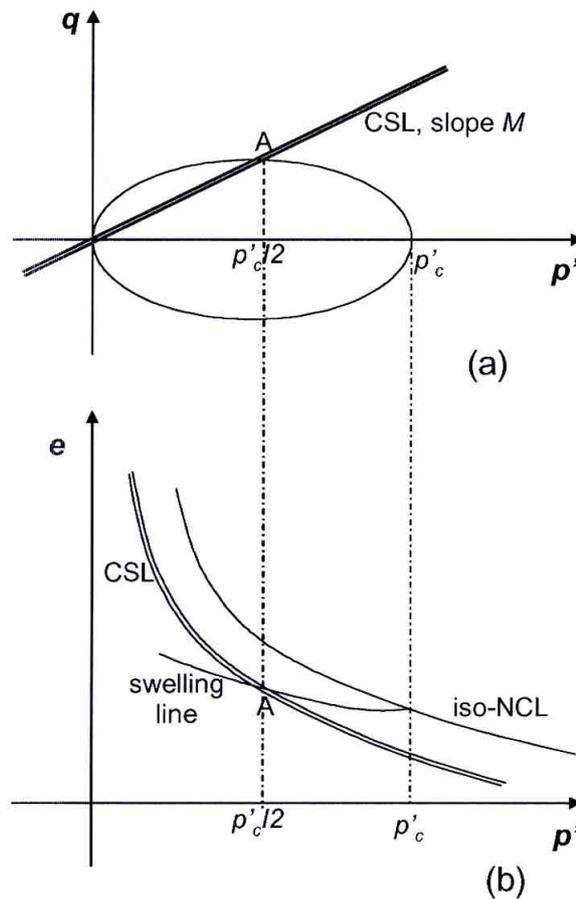


Figura 18 – (a) superficie di snervamento del modello di Cam-Clay Modificato nel piano $p':q$; (b) linea di normalcompressione, linea dello stato critico e linea carico-scarico.

La legge di flusso collega il rapporto $d\epsilon_v^p / d\epsilon_s^p$ del vettore di deformazioni plastiche al vettore degli sforzi σ' che genera le deformazioni plastiche. E' utile definire il *potenziale plastico* tramite il vettore che regola l'incremento delle deformazioni plastiche, perpendicolare alla superficie di snervamento; nel modello di Cam-Clay Modificato si considera una legge di flusso associata, quindi la superficie di snervamento e il potenziale plastico coincidono. Il potenziale plastico viene perciò definito sul piano $p':q$ dalla stessa famiglia di curve dell' Eq. I-7, che può essere scritta come:

$$g = q^2 - M^2 [p'(p'_c - p')] = 0$$

Infine è necessario definire la *legge di hardening* che descrive l'espansione della superficie di snervamento quando si verificano deformazioni plastiche. Per il modello di Cam-Clay Modificato essa può essere descritta dalla relazione:

$$\delta p'_c = \frac{p_c(1+e)\delta \varepsilon_v^p}{\lambda - \kappa} \quad (\text{I-8})$$

L'Eq. I-8 può essere facilmente derivata considerando il punto massimo di tutte le superfici di snervamento. Osservando il punto A in Figura 18 si può derivare:

$$e_\kappa = e + \kappa \ln p' = e_A + \kappa \ln \left(\frac{p'_c}{2} \right) \quad (\text{I-9})$$

Inoltre, A appartiene alla linea dello stato critico:

$$e_A = e_{cs} - \lambda \ln \left(\frac{p'_c}{2} \right) \quad (\text{I-10})$$

dove e_{cs} è l'intercetta della linea dello stato critico nel piano $e: \ln p'$.

Derivando e_κ dalle equazioni I-9 e I-10, l'Eq. I-2 può essere scritta come:

$$e = e_{cs} - \kappa \ln p' - (\lambda - \kappa)(\ln p'_c - \ln 2) \quad (\text{I-11})$$

L'incremento delle deformazioni volumetriche $\delta \varepsilon_v = \delta \varepsilon_v^e + \delta \varepsilon_v^p = -\delta e / (1+e)$ può perciò essere scritto come:

$$\delta \varepsilon_v = \kappa \frac{\delta p'}{(1+e)p'} + (\lambda - \kappa) \frac{\delta p'_c}{(1+e)p'_c}$$

da cui, considerando l'Eq. I-5 si può facilmente derivare l'Eq. I-8.

Nella regione porosa il valore di e_N viene calcolato da e_{K0} attraverso una relazione derivata dalla combinazione di due equazioni:

$$q^2 - M^2 \left[p' \left(\exp \left(\frac{e_N - e}{\lambda} \right) - p' \right) \right] = 0 \quad (\text{I-12})$$

$$\frac{q}{p'} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{9\Lambda^2 + 4M^2} - 3\Lambda \right) \quad (\text{I-13})$$

L'Eq. I-12 rappresenta l'equazione della superficie di plasticizzazione introdotta con l'Eq. I-7, dove la variabile p'_c è stata esplicitamente derivata da: $p'_c = \exp[(e_N - e)/\lambda]$; l'Eq. I-13 rappresenta il percorso edometrico per il modello di Cam-Clay Modificato dove $\Lambda = 1 - \kappa/\lambda$.

La combinazione delle due equazioni sopra descritte da come risultato il rapporto tra e e p' in condizioni edometriche:



$$e = e_N - \lambda \ln \left(2 + \frac{9\Lambda^2}{2M^2} - \frac{3\Lambda}{2M^2} \sqrt{9\Lambda^2 + 4M^2} \right) - \lambda \ln p'$$

Confrontando questa equazione con l' Eq. I-3, si ottiene la seguente relazione tra e_N e e_{K0} :

$$e_N = e_{K0} + \lambda \ln \left(2 + \frac{9\Lambda^2}{2M^2} - \frac{3\Lambda}{2M^2} \sqrt{9\Lambda^2 + 4M^2} \right) \quad (\text{I-14})$$

utilizzata per calcolare il valore del parametro e_N richiesto nella simulazione elasto-plastica.